

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Marija Bišćan

Zagreb, 2014.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Ivica Smojver

Student:

Marija Bišćan

Zagreb, 2014.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradila samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Marija Bišćan

Zahvala

Željela bih se zahvaliti svom mentoru, Prof.dr.sc. Ivici Smojveru na stručnom vodstvu prilikom izrade ovog diplomskog rada.

Također velika zahvala znanstvenom novaku, mag.ing.aeroing. Darku Ivančeviću na stručnoj pomoći u upotrebi programa Abaqus i na ustupanju Python i Fortran skripti potrebnih za izradu numeričkog modela, kao i na savjetima u vezi izrade samog diplomskog rada.

Posebna zahvala mom dečku Bojanu na potpori i pomoći u traženju literature.

Na kraju, veliko hvala mojim roditeljima na podršci i strpljenju tijekom cijelog studija.

SADRŽAJ

SADRŽAJ	I
POPIS SLIKA	II
POPIS TABLICA	III
POPIS OZNAKA	IV
SAŽETAK	VI
SUMMARY	VII
1. Uvod.....	1
2. Mehanički spojevi kompozitnih zrakoplovnih konstrukcija.....	3
2.1. Laminati sa provrtom	3
2.2. Mehanički spoj laminata	4
2.3. Analiza popuštanja mehaničkog spoja kompozitnih konstrukcija.....	5
2.3.1 Utjecaj geometrije ploče	7
2.4. Kriteriji popuštanja	9
2.4.1. Hashin kriterij popuštanja	10
2.4.2. Yamada-Sun kriterij popuštanja	11
2.5. Ležajno popuštanje	11
2.5.1 Definicija ležajne čvrstoće.....	12
3. Analitički model.....	13
3.1. Analiza naprezanja.....	13
3.2. Rezultati analitičkog modela.....	20
4. Numerički model	26
4.1. Modeliranje konačnim elementima.....	26
5. Usporedba rezultata prema numeričkom i analitičkom modelu	31
6. Popuštanje mehaničkog spoja kompozitnih laminata	39
6.1. Određivanje materijalnih svojstava kompozitnog laminata.....	40
6.2. Usporedba naprezanja izračunatih prema analitičkom i numeričkom modelu	41
6.3. Usporedba kriterija popuštanja	43
7. Zaključak.....	48
8. Literatura.....	50

POPIS SLIKA

Slika 1. Primjeri mehaničkih spojeva za JAS-39 Gripen [7]	2
Slika 2. Ravninski opterećena kompozitna ploča sa otvorom [7]	4
Slika 3. Općenita procedura konstrukcije mehaničkih spojeva kompozitnih zrakoplovnih konstrukcija [9]	5
Slika 4. Shematski prikaz osnovnih načina popuštanja mehaničkih spojeva kompozitnih konstrukcija [1]	6
Slika 5. Definicija ravnina popuštanja [10]	7
Slika 6. Prijelaz između načina popuštanja ovisno o geometriji ploče [1]	8
Slika 7. Karakteristična krivulja [14]	9
Slika 8. Načini popuštanja u kompozitnom sloju [7]	10
Slika 9. Ležajno popuštanje [19]	12
Slika 10. Shematski prikaz ploče opterećene zatikom uslijed djelovanja vlačne sile [20]	13
Slika 11. Polu-beskonačna ploča na koju djeluje sila u zatiku [20]	14
Slika 12. Raspodjela naprezanja σ_r za laminat sa rasporedom slojeva $[0_{21}]$	21
Slika 13. Raspodjela naprezanja σ_θ za laminat sa rasporedom slojeva $[0_{21}]$	21
Slika 14. Raspodjela naprezanja $\tau_{r\theta}$ za laminat sa rasporedom slojeva $[0_{21}]$	21
Slika 15. Raspodjela naprezanja σ_r za laminat sa rasporedom slojeva $[90_{21}]$	22
Slika 16. Raspodjela naprezanja σ_θ za laminat sa rasporedom slojeva $[90_{21}]$	23
Slika 17. Raspodjela naprezanja $\tau_{r\theta}$ za laminat sa rasporedom slojeva $[90_{21}]$	23
Slika 18. Raspodjela naprezanja σ_r za laminat sa rasporedom slojeva $[45_{21}]$	24
Slika 19. Raspodjela naprezanja σ_θ za laminat sa rasporedom slojeva $[45_{21}]$	24
Slika 20. Raspodjela naprezanja $\tau_{r\theta}$ za laminat sa rasporedom slojeva $[45_{21}]$	25
Slika 21. Numerički model mehaničkog spoja kompozitnih laminata zakovicom	26
Slika 22. Prikaz diskretizacije kompozitne ploče	27
Slika 23. Prikaz kontinuiranih ljuskastih elemenata po debljini laminata	28
Slika 24. Prikaz modela zakovice	28
Slika 25. Prikaz rubnih uvjeta i opterećenja	29
Slika 26. Presjek spoja zakovice i kompozitnih laminata	29
Slika 27. Geometrija kompozitnog laminata [10]	31
Slika 28. Prikaz djelovanja opterećenja na kompozitni laminat 1	32
Slika 29. Grupe slojeva po debljini laminata 1	32
Slika 30. Deformirani oblik spoja prije uvođenja dodatnih rubnih uvjeta	33
Slika 31. Dodatni rubni uvjeti	34
Slika 32. Deformirani oblik mehaničkog spoja nakon zadavanja dodatnih rubnih uvjeta	34
Slika 33. Deformirani oblik provrta uz faktor uvećanja 10 za laminat 1	38
Slika 34. Pomaci u smjeru osi x u laminatu 1 uz faktor uvećanja 10	38
Slika 35. Prikaz ležajnog popuštanja u laminatu 2	45
Slika 36. Ležajno popuštanje uslijed popuštanja matrice u laminatu 2	46
Slika 37. Pojava ležajnog popuštanja za laminat 1	46
Slika 38. Pojava prvog popuštanja u laminatu 2	47

POPIS TABLICA

Tablica 1. Prednosti i nedostaci mehaničkih spojeva kompozitnih konstrukcija [1].....	3
Tablica 2. Naprezanja prema analitičkom modelu za kompozit sa rasporedom slojeva[0 ₂₁].....	20
Tablica 3. Naprezanja prema analitičkom modelu za kompozit sa rasporedom slojeva[90 ₂₁]...	22
Tablica 4. Naprezanja prema analitičkom modelu za kompozit sa rasporedom slojeva[45 ₂₁]...	23
Tablica 5. Podaci o mreži konačnih elemenata numeričkog modela.....	27
Tablica 6. Svojstva materijala za AS4/3501-6 laminate [22]	31
Tablica 7. Numerički rezultati za naprezanje σ_{11} po debljini kompozitnog laminata	33
Tablica 8. Numerički rezultati za naprezanje σ_{11} po debljini kompozitnog laminata nakon uvođenja dodatnih rubnih uvjeta.....	34
Tablica 9. Usporedba analitičkog rješenja i numeričkih rezultata za laminat sa rasporedom slojeva[0 ₂₁].....	35
Tablica 10. Usporedba analitičkog rješenja i numeričkih rezultata za laminat sa rasporedom slojeva [45 ₂₁].....	36
Tablica 11. Usporedba analitičkog rješenja i numeričkih rezultata za laminat sa rasporedom slojeva [90 ₂₁].....	37
Tablica 12. Materijalna svojstva polimera ojačanog ugljičnim vlaknima [24]	39
Tablica 13. Materijalna svojstva zakovice.....	39
Tablica 14. Podaci o finijoj mreži konačnih elemenata numeričkog modela	40
Tablica 15. Usporedba naprezanja za grupu slojeva orijentacije vlakana pod 0°	41
Tablica 16. Usporedba naprezanja za grupu slojeva orijentacije vlakana pod 90°	42
Tablica 17. Usporedba naprezanja za grupu slojeva orijentacije vlakana pod 45°	42
Tablica 18. Usporedba naprezanja za grupu slojeva orijentacije vlakana pod -45°	42
Tablica 19. Yamada-Sun indeksi popuštanja prema analitičkom modelu	43
Tablica 20. Najveće vrijednosti indeksa popuštanja po grupama slojeva u laminatu 2	43

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$a_{11}, a_{12}, a_{16}, a_{22}, a_{26}, a_{66}$	$[\text{Pa}^{-1}]$	Članovi matrice podatljivosti za ortotropni materijal u x - y koordinatnom sustavu
D	$[\text{m}]$	Promjer provrta
r	$[\text{m}]$	Polumjer provrta
L	$[\text{m}]$	Duljina ploče
w	$[\text{m}]$	Širina ploče
e	$[\text{m}]$	Udaljenost središta provrta od kraćeg ruba ploče
t	$[\text{m}]$	Debljina ploče
F	$[\text{N}]$	Vlačna sila
P	$\left[\frac{\text{N}}{\text{m}}\right]$	Opterećenje izraženo po debljini ploče
P_x	$\left[\frac{\text{N}}{\text{m}}\right]$	Komponenta opterećenja u pravcu osi x
P_y	$\left[\frac{\text{N}}{\text{m}}\right]$	Komponenta opterećenja u pravcu osi y
E_x	$[\text{Pa}]$	Modul elastičnosti u pravcu osi x
E_y	$[\text{Pa}]$	Modul elastičnosti u pravcu osi y
G_{xy}	$[\text{Pa}]$	Modul smicanja u x - y koordinatnom sustavu
ν_{xy}	-	Poissonov koeficijent u x - y koordinatnom sustavu
R_t	$[\text{m}]$	Karakteristična duljina za vlačno naprezanje
R_c	$[\text{m}]$	Karakteristična duljina za tlačno naprezanje
X_t	$[\text{Pa}]$	Vlačna čvrstoća u pravcu vlakna
X_c	$[\text{Pa}]$	Tlačna čvrstoća u pravcu vlakna
Y_t	$[\text{Pa}]$	Vlačna čvrstoća u pravcu matrice
Y_c	$[\text{Pa}]$	Tlačna čvrstoća u pravcu vlakna
S_c	$[\text{Pa}]$	Smična čvrstoća
σ_{11}	$[\text{Pa}]$	Uzdužno naprezanje u lokalnom koordinatnom sustavu
σ_{12}	$[\text{Pa}]$	Smično naprezanje u lokalnom koordinatnom sustavu
σ_{22}	$[\text{Pa}]$	Poprečno naprezanje u lokalnom koordinatnom sustavu

e_f	-	Indeks popuštanja
σ_b	[Pa]	Ležajna čvrstoća
f	-	Koeficijent trenja
θ	[rad]	Kut u odnosu na pozitivan smjer osi x
ϕ	[rad]	Kut između pravca pomaka zatika i osi x_0
ϕ_1	[rad]	Kut između pravca djelovanja opterećenja zatikom i osi x_0
ϕ_2	[rad]	Kut između pravca djelovanja vlačne sile i osi x_0
θ_1	[rad]	Razlika kuteva $\phi - \phi_1$
A_1, B_1, C_1, D_1	-	Kombinirani parametri
A_c, B_c, A_ϕ	-	Parametri
u_0	[m]	Pomak zatika
σ_r	[Pa]	Normalno radijalno naprezanje u cilindričnom koordinatnom sustavu
σ_θ	[Pa]	Normalno cirkularno naprezanje u cilindričnom koordinatnom sustavu
$\tau_{r\theta}$	[Pa]	Smično naprezanje u cilindričnom koordinatnom sustavu

SAŽETAK

U ovom radu provedena je analiza vlačno opterećenog mehaničkog spoja kompozitnih laminata. U prvom dijelu rada detaljno je objašnjeno ponašanje takvih spojeva ovisno o različitim utjecajima i uvjetima opterećenja. Opisani su različiti načini popuštanja karakteristični za kompozitne konstrukcije, kao i kriteriji popuštanja koji služe za procjenu maksimalne čvrstoće mehaničkog spoja. Analiza popuštanja provedena je korištenjem dva kriterija popuštanja: Hashin i Yamada-Sun. Razvijen je analitički model kako bi se odredila raspodjela naprezanja po rubu provrta. U samom radu promatra se ležajno popuštanje kompozitnih laminata – način popuštanja specifičan za mehaničke spojeve zrakoplovnih kompozitnih konstrukcija. Kako bi se evaluirali rezultati analitičkog modela, provedena je numerička analiza pomoću modela konačnih elemenata. Numerička analiza naprezanja izvedena je simulacijom trodimenzionalnog modela mehaničkog spoja u Abaqus-u uz detaljno modeliranje kontaktnog područja mehaničkog spoja.

Ključne riječi: kompozitni laminati; mehanički spojevi; kriteriji popuštanja; ležajno popuštanje

SUMMARY

In this thesis, the analysis of mechanically fastened composite joints under in-plane tensile loading was carried out. In the first part of the thesis, the behaviour of this type of joints is explained depending on different effects and loading conditions. Different types of failure characteristics for composite structures and failure criteria, which are used for estimation of maximum mechanical strength of mechanically fastened joint, are also described. Failure analysis was implemented using two failure criteria: Hashin and Yamada-Sun. An analytical model was used to determine stress distribution along the edge of the hole. Bearing failure – a progressive type of failure common in mechanically fastened aircraft composite structures, was observed. To evaluate results of the analytical model, numerical analysis of a bolted joint was performed. Stress analysis of the three-dimensional geometry was performed numerically using Abaqus with special attention given to the modeling of the contact area around the hole.

Key words: composite laminates; mechanically fastened joints; failure criteria; bearing failure

1. Uvod

Zrakoplovne konstrukcije sastoje se od jednostavnih elemenata čija je funkcija prenošenje opterećenja. Ti elementi, koji uključuju oplatu, okvire, ramenjače, ukrute stvaraju glavni dio konstrukcije – krila, trup i rep zrakoplova. Spojevi su potencijalno najslabije točke konstrukcije i o njima ovisi čvrstoća same konstrukcije. Općenito, poželjno je smanjiti broj i složenost spojeva kako bi se minimizirali težina i troškovi. Važna prednost kompozitnih konstrukcija je mogućnost stvaranja komponenti složene geometrije od jednog dijela, a time i smanjenje broja potrebnih spojeva. Međutim, u nekim konstrukcijama spojevi su neizbježni te je njihova konstrukcija i proizvodnja još uvijek veliki izazov u proizvodnji sigurnih, isplativih i efikasnih konstrukcija [1]. U zrakoplovnim konstrukcijama koriste se tri vrste spojeva: mehanički spojevi, lijepljeni spojevi i hibridna kombinacija mehaničkih i lijepljenih spojeva. Kombinacija mehaničkih i lijepljenih spojeva se primarno koristi u zrakoplovnoj industriji za spajanje dvaju ili više kompozitnih dijelova ili za spajanje kompozitne i metalne konstrukcije (hibridni spoj). [2]

Pri spajanju konstrukcija najčešće je mehaničko spajanje. Mehanički spojevi potrebni za spajanje konstrukcijskih dijelova obično čine slabo područje koje može dovesti do znatno bržeg popuštanja konstrukcije. Mehanički spojevi uključuju vijčane spojeve, spojeve zatikom i spojeve zakovicom. Ti spojevi su skloni visokoj koncentraciji naprezanja do koje dolazi u blizini otvora i često su uzrok neočekivanog popuštanja u konstrukcijama. Osobito u kompozitnim konstrukcijama, provrti (rupe izrađene kalupom ili bušene rupe) uzrokuju smanjenje otpora lomljenju u usporedbi sa područjem bez provrta za

- 40 do 60 % pri vlačnom opterećenju,
- 15 % pri tlačnom opterećenju.

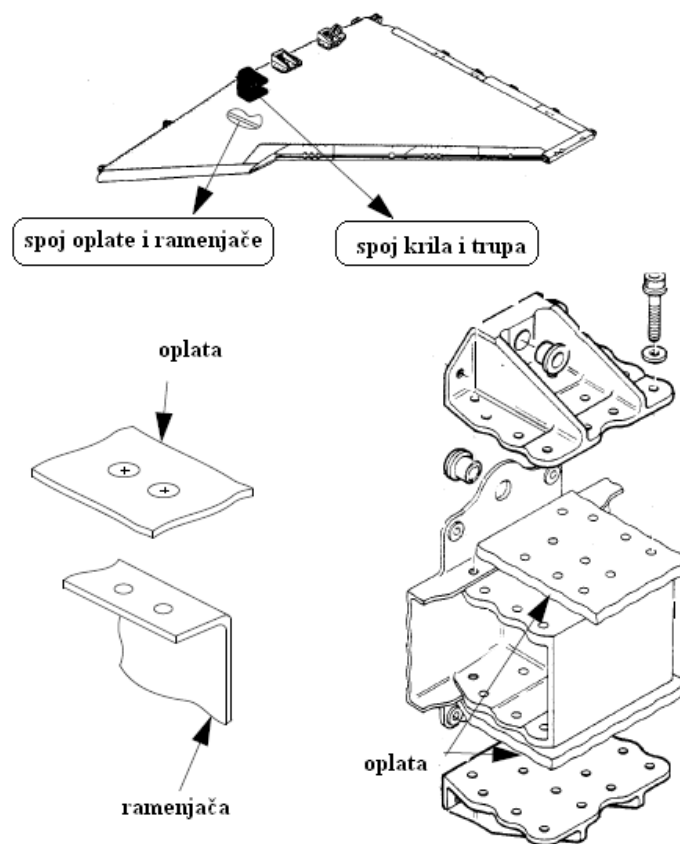
Optimalno konstruiranje spojeva poboljšava integritet i ponašanje pri opterećenju, ali što je važnije, znatno smanjuje masu konstrukcije te može povećati nosivost. Stoga je potrebno razviti odgovarajuću konstrukciju mehaničkog spoja. Osnova takve procedure su analiza naprezanja i kriteriji popuštanja [3,4,5].

Jedan od najizazovnijih aspekata mehanički spojenih kompozitnih konstrukcija je da konstrukcija metalnih spojeva mora biti izmijenjena i prilagođena za primjenu na anizotropna i nehomogena svojstva kompozitnih materijala. Materijalne i geometrijske karakteristike kompozitnih materijala, sila trenja, zazor između zatika i kompozitnog materijala, te krutost zatika utječu na složenost pri određivanju raspodjele naprezanja. Lokalni kontakt između zatika i laminata može izazvati veliku deformaciju i visoku koncentraciju naprezanja uz rub provrta i dovesti do popuštanja cijelog laminata. Stoga bi razumijevanje raspodjele naprezanja u području oko provrta kompozitnog laminata trebalo biti prvi korak za procjenu čvrstoće spoja te za optimizaciju konstrukcije mehanički spojenih kompozitnih laminata. Određivanje detaljne

raspodjele naprezanja kod mehaničkih spojeva kompozitnih konstrukcija može se generalno podijeliti na tri pristupa [6]:

- eksperimentalni pristup
- klasičnu analitičku metodu
- numerički pristup.

Tipični primjeri mehaničkih spojeva kompozitnih zrakoplovnih konstrukcija su spoj oplata i ramenjače/rebra u konstrukciji krila te spoj krila i oplata. Primjeri takvih spojeva za lovački avion JAS-39 Gripen prikazani su na Slici 1 [7].



Slika 1. Primjeri mehaničkih spojeva za JAS-39 Gripen [7]

2. Mehanički spojevi kompozitnih zrakoplovnih konstrukcija

Ovo poglavlje opisuje mehaničke spojeve u kompozitnim zrakoplovnim konstrukcijama i načine njihovog popuštanja.

Osnovna zadaća mehaničkih spojeva je prenošenje opterećenja sa jednog dijela konstrukcije spoja na drugi kroz spojni element [8]. Opterećenje se prenosi između elemenata spoja tlačnim djelovanjem na unutarnje stranice provrta sa manjom komponentom smičnog naprezanja na vanjskim dodirnim površinama elemenata spoja uslijed trenja. Element koji prenosi opterećenje – vijak, zakovica ili zatik je primarno smično opterećen duž linije spoja, međutim stvarna raspodjela naprezanja je vrlo složena.

Tablica 1. Prednosti i nedostaci mehaničkih spojeva kompozitnih konstrukcija [1]

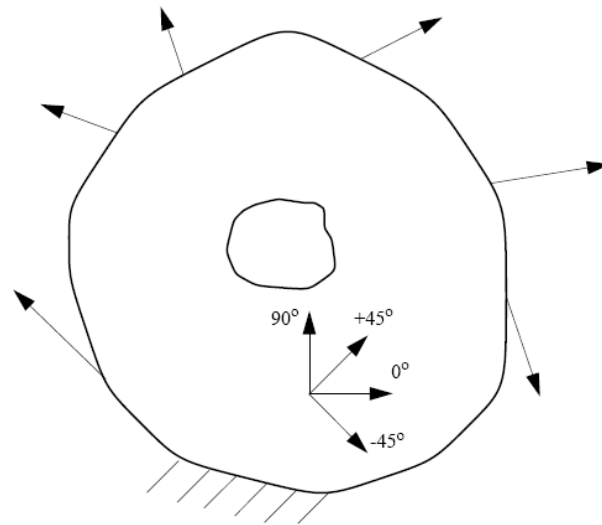
Prednosti	Nedostaci
<ul style="list-style-type: none"> • mogu se jednostavno rastaviti • nema ograničenja debljine • jednostavna konfiguracija spoja • jednostavan proces proizvodnje • jednostavna procedura pregleda • neosjetljivost na utjecaj okoliša • nema problema sa zaostalim naprezanjem 	<ul style="list-style-type: none"> • značajna koncentracija naprezanja • sklonost prema pucanju metalnih komponenti uslijed zamora • izrada provrta može oštetiti strukturu kompozita • relativno slaba svojstva kompozita • sklonost koroziji u metalu

Mehaničko spajanje zahtijeva bušenje rupa u kompozitnom materijalu, koje oštećuje kompozitna vlakna. Ti provrti uzrokuju koncentraciju naprezanja, ali i mogućnost nastanka mikro-pukotina i lokalnog oštećenja oko provrta, koje može uzrokovati nestabilnost u samom materijalu [8].

Međutim, iako dolazi do znatnog smanjenja čvrstoće (obično za polovinu početne vrijednosti čvrstoće), mogu se načiniti prihvatljivi mehanički spojevi. Mehaničko spajanje je većinom jedini mogući ili ekonomski prihvatljiv način spajanja visoko-opterećenih (debelih) kompozitnih komponenti [1].

2.1. Laminati sa provrtom

Razmatra se kompozitna ploča proizvoljnog oblika koja ima otvor te je ravninski opterećena, kao što je prikazano na Slici 2.



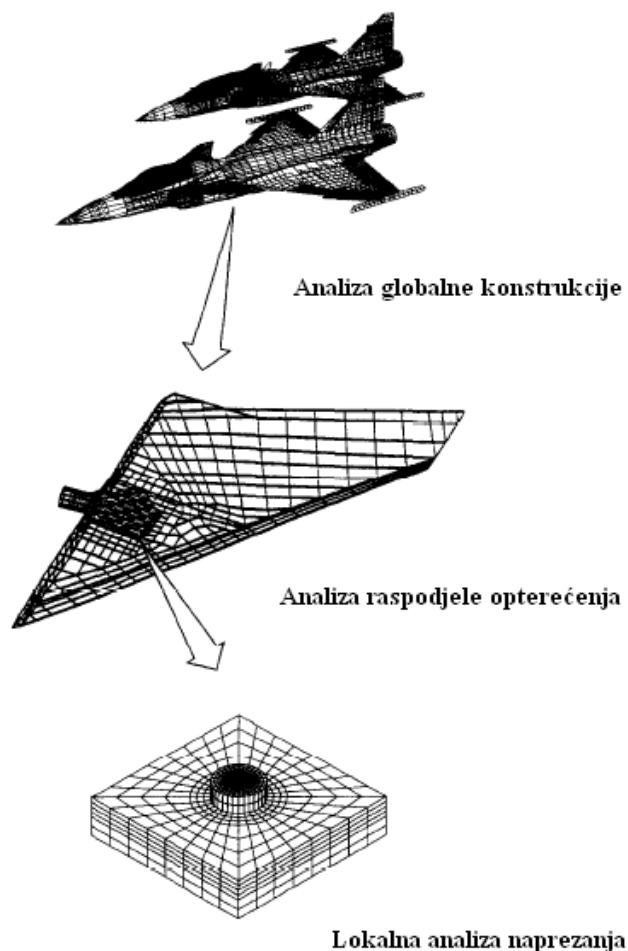
Slika 2. Ravninski opterećena kompozitna ploča sa otvorom [7]

Kako bi odredili naprezanje u ploči, potrebna je trodimenzionalna analiza stanja naprezanja na slobodnim rubovima provrta. Efekt "slobodnog ruba" uzrokovan je nepodudaranjem Poissonovih koeficijenata između slojeva različitih orijentacija u laminatu. To dovodi do smicanja i normalnih naprezanja između slojeva na slobodnom rubu. Analiza stanja naprezanja na slobodnom rubu zahtijeva da su u numeričkom modelu definirani svi slojevi i područja između slojeva bogata smolom. U kombinaciji sa zahtjevima modela u smjeru debljine, takva analiza dovodi do velikih modela konačnim elementima koji zahtijevaju jako računalo za rješavanje problema. Analitičke metode sa nekim pojednostavljenjima također su korištene za određivanje stanja naprezanja uz rub provrta. Mogu se primijeniti znatna pojednostavljenja ako se laminat razmatra kao homogena anizotropna ploča korištenjem klasične teorije laminata. Analiza naprezanja se izvodi numerički sa modelom konačnih elemenata koristeći ljuskaste elemente ili analitičkim metodama koristeći kompleksne funkcije naprezanja. Metoda kompleksnih funkcija naprezanja uključuje egzaktna rješenja za beskonačne ploče sa kružnim ili eliptičnim provrtom kao i približna rješenja za ovalne, kvadratne i trokutne otvore. Egzaktna rješenja izračunata pristupom kroz kompleksne funkcije naprezanja ograničena su na beskonačne ploče [7].

U ovom radu provedena je analiza naprezanja u području oko provrta opterećenog spojnim elementom kako bi se odredila raspodjela naprezanja oko provrta. Analiza raspodjele naprezanja je također izvedena pomoću modela konačnim elementima. Za detaljnu analizu naprezanja, metoda bazirana na kompleksnim funkcijama naprezanja, koje je postavio Lekhnitskii, razvijena je [20] i implementirana u računalni kod.

2.2. Mehanički spoj laminata

Analiza mehanički spojenih laminata znatno je složenija od analize laminata sa provrtom. Stanje naprezanja u blizini provrta ovisi o mnogo složenih parametara kao što je geometrija i krutost spojenih elemenata, konfiguracija spoja, svojstva trenja spojenih elemenata, opterećenje,...



Slika 3. Općenita procedura konstrukcije mehaničkih spojeva kompozitnih zrakoplovnih konstrukcija [9]

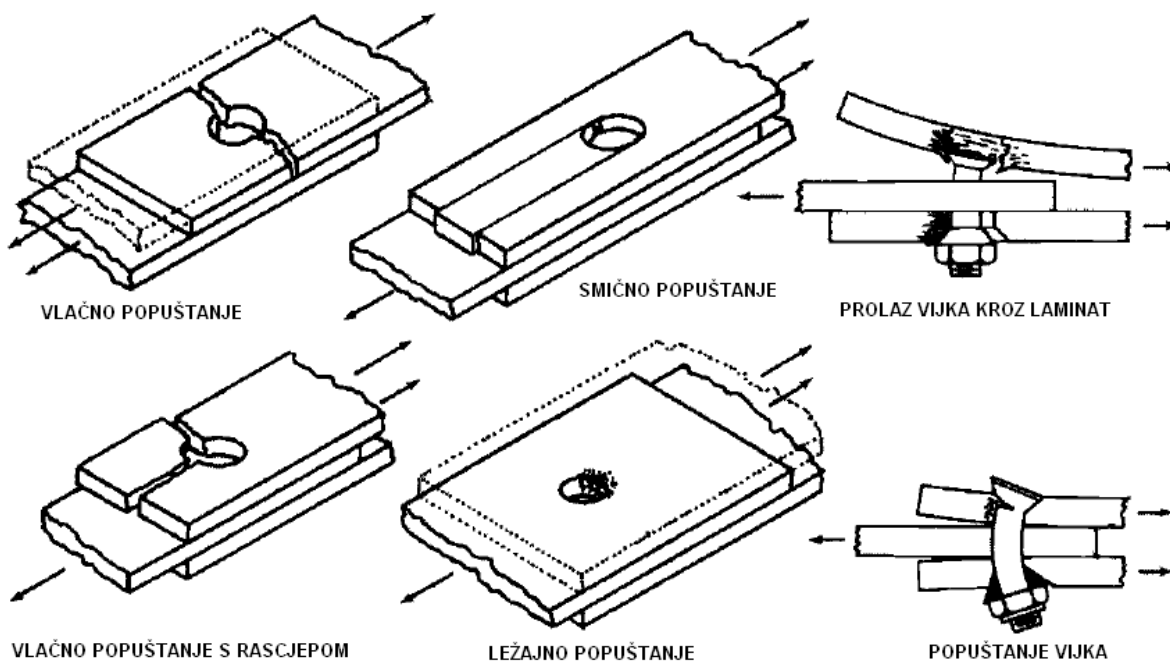
Analiza mehaničkog spoja složene konstrukcije kao što je zrakoplovna dijelovi se u dva ili više koraka kao na Slici 3. U prvom koraku, raspodjela naprezanja u spoju određuje se pomoću jedne ili više uzastopnih analiza. Zatim se detaljnom analizom naprezanja određuje lokalna raspodjela naprezanja u laminatu oko spojnog elementa. Za spoj složene geometrije i uvjeta opterećenja, model konačnim elementima je jedini način za određivanje raspodjele naprezanja [7].

2.3. Analiza popuštanja mehaničkog spoja kompozitnih konstrukcija

Mehanički spoj kompozitnih konstrukcija može popustiti na nekoliko načina, kao što je prikazano na Slici 4.

Laminati se široko koriste u zrakoplovnim i svemirskim konstrukcijama zbog svoje visoke specifične čvrstoće i specifične krutosti. Oštećenje u mehaničkim spojevima kompozitnih konstrukcija može nastati pri početnom stupnju opterećenja i akumulirati se s povećanjem

opterećenja. Akumulacija oštećenja i način popuštanja ovise o materijalu, orijentaciji vlakana kroz slojeve, debljini laminata, geometriji spoja i uvjetima opterećenja. Postoje tri osnovna načina popuštanja u mehaničkim spojevima kompozitnih konstrukcija: vlačno popuštanje (*net-tension failure*), smično popuštanje (*shear-out failure*) i ležajno popuštanje (*bearing failure*). Mogu se pojaviti i miješani načini popuštanja, a uključuju vlačno popuštanje s rascjepom laminata (*cleavage tension failure*), prolaz zatika kroz laminat i popuštanje vijka [1]. Vlačno popuštanje je povezano sa vlačnim popuštanjem vlakana i matrice uslijed koncentracije naprezanja, dok smično i ležajno popuštanje primarno nastaju zbog smičnog i tlačnog popuštanja vlakna i matrice. Prva dva načina popuštanja (vlačno i smično popuštanje) rezultiraju potpunim popuštanjem konstrukcije. Ležajno popuštanje je progresivno i ne mora rezultirati potpunim smanjenjem nosivosti spoja [3].



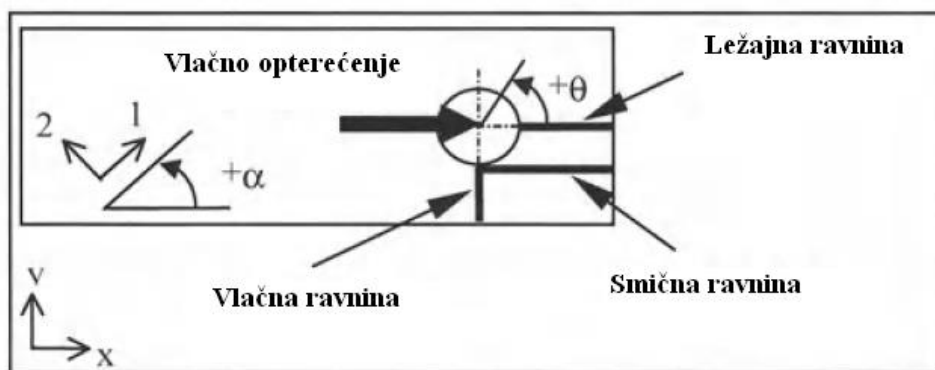
Slika 4. Shematski prikaz osnovnih načina popuštanja mehaničkih spojeva kompozitnih konstrukcija [1]

Kod mehaničkog spajanja, prijenos opterećenja ostvaruje se tlačnom silom na stranicama provrta kroz članove spoja uslijed smicanja i, što je manje poželjno, savijanja spojnog elementa. Problem nastaje kao rezultat relativno male ležajne i poprečne čvrstoće kompozita u usporedbi sa vrijednostima istih za metale. Ležajno popuštanje rezultira produljenjem provrta te dopušta savijanje spojnog elementa.

Vlačno popuštanje događa se kada je promjer spojnog elementa velik u odnosu na širinu laminata. Taj omjer ovisi o vrsti materijala i rasporedu slojeva. Ležajno popuštanje se javlja kada je promjer spojnog elementa mali u odnosu na širinu laminata. Smično popuštanje može se smatrati posebnim slučajem ležajnog popuštanja. Za ortotropne laminate takav se način

popuštanja može dogoditi pri velikim udaljenostima od ruba. Vlačno popuštanje s rascjepom povezano je sa malom udaljenošću od ruba. Prolaz spojnog elementa kroz laminat se javlja kada je velik omjer debljine laminata i promjera spojnog elementa [10].

Vlačno popuštanje je poprečno u odnosu na smjer opterećenja spojnim elementom, a uzrokovano je tangencijalnim i tlačnim naprežanjima na rubu provrta. Smično popuštanje uzrokovano je smičnim naprežanjima uzduž smične ravnine na rubu provrta u smjeru opterećenja spojnim elementom. Ležajno popuštanje je najvažniji način popuštanja u mehaničkim spojevima kompozitnih zrakoplovnih konstrukcija kada su prisutni uvjeti zamora. Pojavljuje se u kontaktnom području spojnog elementa i kompozitne ploče, a uzrokovano je tlačnim naprežanjima koja djeluju na površinu provrta [11].



Slika 5. Definicija ravnina popuštanja [10]

Vlačno i smično popuštanje smatraju se katastrofalnim načinima popuštanja jer rezultiraju potpunim odvajanjem konstrukcijskih dijelova, dok ležajno popuštanje uzrokuje lokalno oštećenje na koje najviše utječe tlačna čvrstoća kompozitnog materijala. Osim uvjeta opterećenja, na način popuštanja može utjecati geometrija ploče i položaj spojnog elementa. Dok se vlačno i smično popuštanje mogu izbjeći sa određenim geometrijskim modifikacijama, ležajno popuštanje se ne može izbjeći jer ne ovisi o geometriji već samo o primijenjenom vlačnom opterećenju [12].

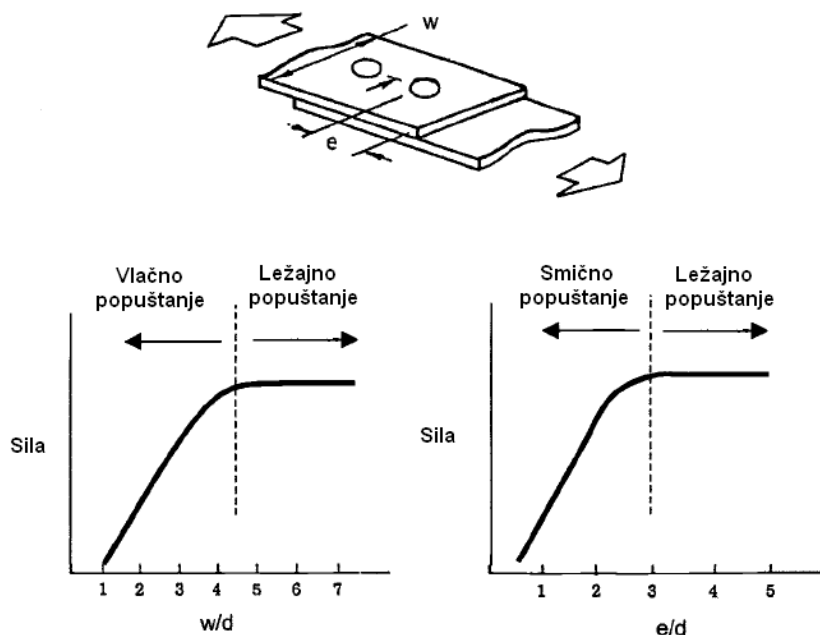
2.3.1 Utjecaj geometrije ploče

Način popuštanja do kojeg će doći ovisi o omjeru efektivne širine i promjera provrta w/d , te o omjeru udaljenosti provrta od ruba i promjera e/d . Varijacija opterećenja i omjera w/d i e/d za kvaziizotropni laminat prikazana je na Slici 6 [1].

Kako se povećava širina ploče w , dolazi se do točke pri kojoj se način popuštanja mijenja, ležajno popuštanje prelazi u vlačno popuštanje. Ta promjena vodi do znatnog pada nosivosti spoja. Postoji slična poveznica između udaljenosti od ruba e i smičnog popuštanja. Kako se smanjuje udaljenost od ruba e , ležajno popuštanje prelazi u smično, uz odgovarajući pad čvrstoće

spoja [10]. Za velike omjere w/d i e/d , spoj ležajno popušta te je opterećenje pri kojem će spoj popustiti neovisno o omjerima w/d i e/d .

Raspored slojeva kompozita u većini spojeva izabran je tako da bude kvaziizotropan, a bazira se na vlaknima pod 0° , $\pm 45^\circ$ i 90° . Vlakna koja nisu pod 0° potrebna su za prijenos opterećenja oko provrta kako bi se spriječilo smično popuštanje ili vlačno popuštanje s rascjepom, dok vlakna orijentirana pod 0° primarno nose ležajno opterećenje i tlačno opterećenje [1].



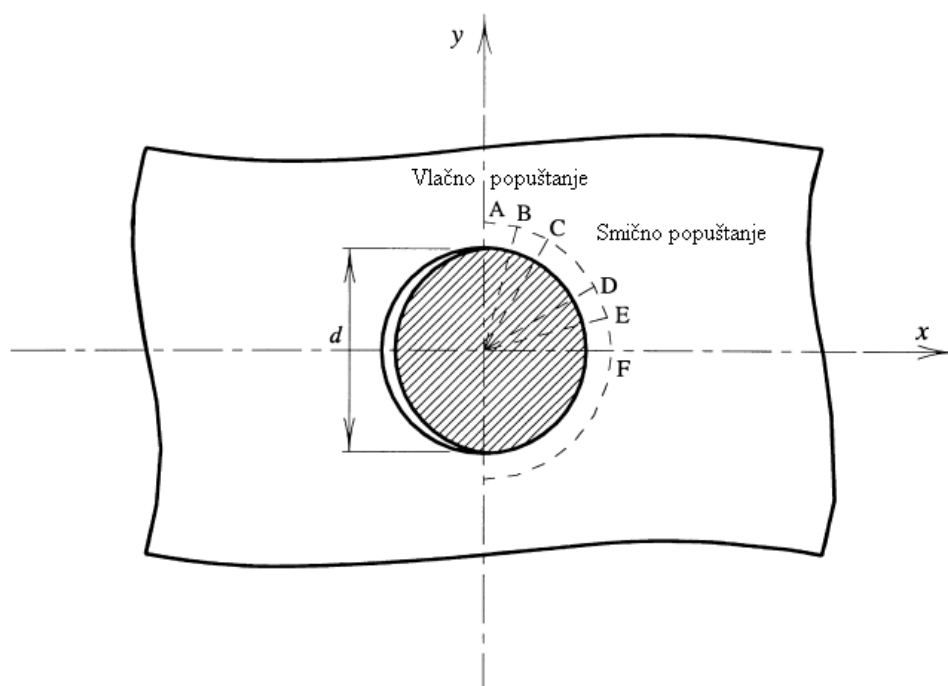
Slika 6. Prijelaz između načina popuštanja ovisno o geometriji ploče [1]

S povećanjem opterećenja koje djeluje na laminat, povećava se zona oštećenja u području oko ruba provrta. Oštećenje uključuje razne mikro-mehaničke mehanizme popuštanja koji stvaraju zbirni efekt. Ti mikro-mehanički mehanizmi popuštanja su popuštanje vlakana, mikro-izvijanje vlakana i delaminacija uslijed smicanja vlakana i matrice. Budući da kompoziti ojačani vlaknima imaju mogućnost preraspodjele naprezanja, kriteriji popuštanja bazirani na koncentraciji naprezanja na rubu provrta su jako konzervativni. Jedan od načina za povećanje točnosti je procjena naprezanja na karakterističnoj udaljenosti od provrta. Određeni način popuštanja je vezan za određenu komponentu naprezanja i karakterističnu duljinu. Pretpostavlja se da će se popuštanje pojaviti u nekoj točki na obodu provrta kada određena komponenta naprezanja na karakterističnoj udaljenosti od ruba provrta dosegne određenu vrijednost čvrstoće za laminat bez provrta. Tlačna, vlačna i smična čvrstoća za laminat bez provrta na obodu provrta mogu se odrediti korištenjem Tsai-Hahn progresivnog modela popuštanja [13]. Karakteristična krivulja za kompozitni panel sa provrtom definirana je sljedećim izrazom

$$r_c(\theta) = \frac{D}{2} + R_t |\sin \theta| + R_c |\cos \theta|, \quad -90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ, \quad (1)$$

gdje su R_t i R_c karakteristične duljine za vlačno i tlačno naprezanje. Karakteristična duljina R_t može se odrediti eksperimentalno iz vlačnog ispitivanja kompozitnog panela sa neopterećenim provrtom, dok se karakteristična duljina R_c može odrediti eksperimentalno vlačnim ispitivanjem kompozitnog panela sa opterećenim provrtom [13]. Odgovarajuće vrijednosti kuta θ utječu na način popuštanja

$0^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$	Ležajno popuštanje EF
$15^\circ \leq \theta \leq 30^\circ$	Ležajno/Smično popuštanje DE
$30^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$	Smično popuštanje CD
$60^\circ \leq \theta \leq 75^\circ$	Vlačno popuštanje s rascjepom BC
$75^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$	Vlačno popuštanje AB

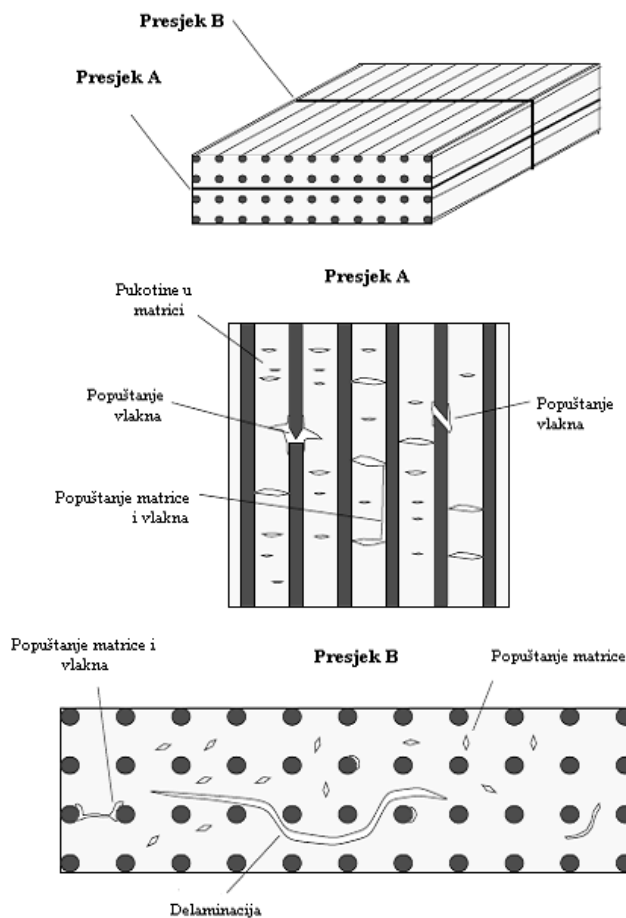


Slika 7. Karakteristična krivulja [14]

2.4. Kriteriji popuštanja

Analiza popuštanja kompozitnih laminata sa mehaničkim spojevima je vrlo složena zbog velikog broja mehanizama popuštanja u kompozitnim materijalima. Kao rezultat toga, postojeće metode analize popuštanja koriste brojne i većinom empirijske kriterije popuštanja. Hashin kriterij popuštanja definira sljedeće načine popuštanja:

- vlačno i tlačno popuštanje matrice,
- vlačno i tlačno popuštanje vlakana,
- smicanje matrice i vlakana te
- delaminaciju (raslojavanje) pri vlačnom odnosno tlačnom opterećenju.



Slika 8. Načini popuštanja u kompozitnom sloju [7]

Budući da se kompozit sastoji od mehanički različitih faza, vlakana i matrice sa različitim svojstvima, popuštanje se pojavljuje u različitim oblicima. Stoga vlakna mogu puknuti uslijed vlačnog opterećenja ili izvijanja pri tlačnom opterećenju, a matrica može popustiti uslijed poprečnih opterećenja u odnosu na smjer pružanja vlakana. Mehanizmi i načini popuštanja su različiti za tlačno i vlačno opterećenje u smjeru vlakana kao i za tlačno i vlačno opterećenje poprečno u odnosu na smjer pružanja vlakana [11].

2.4.1. Hashin kriterij popuštanja

Hashin kriterij popuštanja razlikuje različite načine popuštanja, a koristi se za predviđanje oštećenja sloja. Taj kriterij se može primijeniti za predviđanje oštećenja vlakna i matrice. Kriterij razmatra popuštanje vlakna i matrice zasebno, a izražava se na sljedeći način [24]:

Vlačno popuštanje vlakna

$$\sigma_{11} \geq 0 \quad \left(\frac{\sigma_{11}}{X_t} \right)^2 = 1, \quad (2)$$

Tlačno popuštanje vlakna

$$\sigma_{11} < 0 \quad \left(\frac{\sigma_{11}}{X_c} \right)^2 = 1, \quad (3)$$

Vlačno ili smično popuštanje matrice

$$\sigma_{22} \geq 0 \quad \left(\frac{\sigma_{22}}{Y_t} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_c} \right)^2 = 1, \quad (4)$$

Tlačno ili smično popuštanje matrice

$$\sigma_{22} < 0 \quad \left(\frac{\sigma_{22}}{2S_c} \right)^2 + \left[\left(\frac{Y_c}{2S_c} \right)^2 - 1 \right] \frac{\sigma_{22}}{Y_c} + \left(\frac{\tau_{12}}{S_c} \right)^2 = 1, \quad (5)$$

gdje su X_t i X_c vlačna odnosno tlačna čvrstoća u smjeru vlakna, Y_t i Y_c vlačna odnosno tlačna čvrstoća u smjeru matrice, a S_c smična čvrstoća.

2.4.2. Yamada-Sun kriterij popuštanja

Yamada-Sun kriterij popuštanja bazira se na pretpostavci da je prije popuštanja laminata svaki sloj popustio uslijed pucanja vlakana. Ovaj kriterij ima sljedeći oblik

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_c} \right)^2 = e_f^2, \quad (6)$$

gdje su σ_{11} i σ_{12} uzdužno i smično naprezanje u sloju, X je uzdužna čvrstoća sloja, a S_c smična čvrstoća sloja. Kada je e_f jednak ili veći od 1 u jednom od slojeva, pretpostavlja se da je došlo do popuštanja laminata [10].

2.5. Ležajno popuštanje

Ležajno popuštanje je primarno tlačni način popuštanja koji se događa u kontaktnom području na rubu provrta, uzrokovano je tlačnim kontaktnim naprezanjima koja djeluju na rubu provrta. Ležajno popuštanje je kao i svako tlačno popuštanje u kompozitnom laminatu povezano sa raslojavanjem i izvijanjem sloja [7].

Kako bi izračunali čvrstoću mehaničkog spoja, ležajna čvrstoća je definirana na sljedeći način

$$\sigma_b = \frac{F}{Dt}, \quad (7)$$

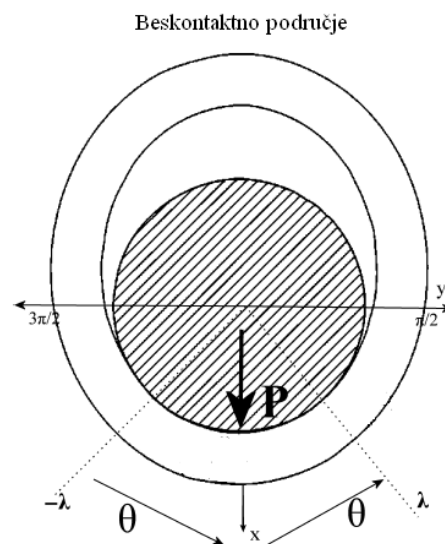
gdje su F , D i t vlačno opterećenje, promjer provrta i debljina ploče [15].

Ležajno popuštanje je lokalno tlačno popuštanje do kojeg dolazi zbog kontaktnih sila i trenja na površini provrta. Proces akumulacije oštećenja uslijed ležajnog popuštanja može se makroskopski podijeliti u 4 faze: početak popuštanja, razvoj oštećenja, lokalni lom/pucanje i finalno popuštanje konstrukcije [16].

2.5.1 Definicija ležajne čvrstoće

Karakteristična tlačna duljina vezana je za ležajno popuštanje. Ležajno popuštanje karakterizira progresivna akumulacija oštećenja i odgovarajuća trajna deformacija provrta. Dosada se ležajno popuštanje definiralo kao maksimalno tlačno opterećenje koje materijal može izdržati ili granična vrijednost za nastajanje trajne deformacije provrta. No, točna definicija ležajne čvrstoće određuje se ispitivanjem mehaničkih spojeva uz primjenu različitih opterećenja i određivanjem trajne deformacije provrta, kao i mehanizma oštećenja do kojih dolazi u materijalu. Procjenjuju se dvije definicije ležajne čvrstoće: smanjenje ležajne krutosti za 5% i odgovarajuće opterećenje koje uzrokuje ležajnu deformaciju od 2% [17].

Akumulacija oštećenja nastaje zbog mikro-izvijanja vlakana, smicanja vlakana i matrice i popuštanja matrice uslijed tlačnog opterećenja u određenim slojevima laminata. Ovaj se rad fokusira na razvijanje modela koji je u mogućnosti predvidjeti ležajno popuštanje mehaničkog spoja kompozitnih konstrukcija. Ležajno popuštanje može se grupirati u 2 osnovna ravninska načina popuštanja : tlačno opterećenje matrice i popuštanje vlakna uslijed tlačnog opterećenja i smicanja [18].



Slika 9. Ležajno popuštanje [19]

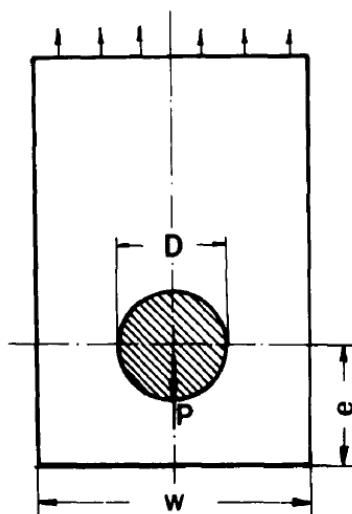
Ležajno popuštanje uslijed opterećenja spojnim elementom je nelinearni problem uglavnom zbog složenih uvjeta kontakta i trenja. Ta činjenica uzrokuje visoke troškove u smislu računalne analize metodom konačnih elemenata [19].

3. Analitički model

Prije proračuna čvrstoće mehaničkog spoja kompozitnih laminata, potrebna je točna analiza naprezanja područja uz rub provrta. Određivanje raspodjele naprezanja u kompozitnim pločama sa otvorima temelji se na metodi kompleksnih funkcija koje je za anizotropne materijale razvio Lekhnitskii [21]. Kako bi se ta metoda mogla primijeniti za laminate, kombinira se sa klasičnom teorijom laminata. Rješenje se dobiva određivanjem funkcije naprezanja koja je izražena analitičkim funkcijama sa kompleksnim varijablama. Problem se tada svodi na određivanje dva kompleksna potencijala koji zadovoljavaju rubne uvjete. Zhang i Ueng su razvili metodu prema kojoj su naprezanja na rubu provrta izračunata korištenjem kompleksnih varijabli koje zadovoljavaju zadane rubne uvjete [20]. Dobiveno je rješenje za homogenu ortotropnu ploču opterećenu krutim zatikom koje daje raspodjelu naprezanja na rubu provrta [10].

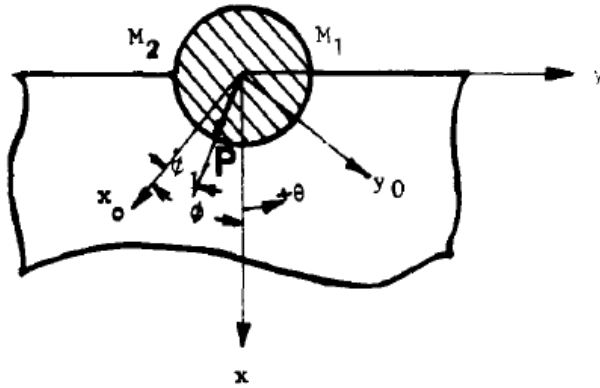
3.1. Analiza naprezanja

Općenito vrijedi da ako su omjeri w/D i e/D dovoljno veliki, što podrazumijeva 6 ili više, utjecaj slobodnog ruba na raspodjelu naprezanja oko opterećenog provrta može se zanemariti. Takva ploča se tada može razmatrati kao beskonačna. U provedenoj analizi razmatrana je beskonačna ortotropna ploča opterećena potpuno krutim zatikom. Prvo se rješava problem homogene, polu-beskonačne ortotropne ploče pod djelovanjem opterećenja uslijed zatika. U drugom koraku određuje se modificirano normalno cirkularno naprezanje razmatranjem deformacije provrta. Superponiranjem ta dva izraza za naprezanje, dobiva se raspodjela naprezanja oko otvora opterećenog zatikom u beskonačnoj ortotropnoj ploči [20].



Slika 10. Shematski prikaz ploče opterećene zatikom uslijed djelovanja vlačne sile [20]

Razmatra se homogena, polu-beskonačna ortotropna ploča jedinične debljine sa polukružnim provrtom opterećenim krutim zatikom koji je jednakog promjera kao i provrt, gdje se x -os poklapa sa pomakom zatika, a y -os leži na gornjoj površini ploče [20].



Slika 11. Polu-beskonačna ploča na koju djeluje sila u zatiku [20]

Osi x_0 i y_0 su dvije osnovne osi ortotropne ploče. P je rezultanta opterećenja uslijed zatika, ϕ je kut između osi x_0 i x , a ϕ_1 je kut između smjera djelovanja opterećenja P i osi x_0 .

Pomak zatika duž osi x označen je kao u_0 , pomaci u točkama M_1 i M_2 mogu se zapisati kao u_0/c_1 i u_0/c_2 , gdje su c_1 i c_2 konstante. u_0 , c_1 i c_2 se moraju odrediti iz svojstava materijala i koeficijenta trenja. Rubni uvjeti pomaka mogu se zapisati na sljedeći način [20]:

$$u_1 = u_0/c_1 \quad \text{i} \quad v = 0 \quad \text{za} \quad \theta = \frac{\pi}{2}, \quad (8)$$

$$u_2 = u_0/c_2 \quad \text{i} \quad v = 0 \quad \text{za} \quad \theta = -\frac{\pi}{2}, \quad (9)$$

$$(u_0 - u)\cos\theta = v\sin\theta \quad \text{za} \quad -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, \quad (10)$$

gdje su u i v pomaci točaka na površini ploče u smjeru x i y osi. Mogu se izraziti preko sljedećih trigonometrijskih funkcija

$$\begin{aligned} u &= U_1 \sin\theta + U_2 \cos 2\theta + U_3 \cos 4\theta \\ v &= V_1 \cos\theta + V_2 \sin 2\theta + V_3 \sin 4\theta, \end{aligned} \quad (11)$$

gdje su U_i i V_i ($i = 1, 2, 3$) konstante izračunate iz rubnih uvjeta.

Nakon uvrštavanja jednadžbe (11) u (8), (9) i (10) dobiveni su sljedeći izrazi

$$\begin{aligned} U_1 &= -V_1 = \frac{(c_2 - c_1)}{2c_1c_2} u_0, \\ U_2 &= \frac{2c_1c_2 - c_1 - c_2}{4c_1c_2} u_0, \\ V_2 &= \left(\frac{2c_1c_2 - c_1 - c_2}{4c_1c_2} + \frac{2c_1c_2 + c_1 + c_2}{2c_1c_2} \right) u_0, \\ U_3 &= V_3 = \frac{2c_1c_2 + c_1 + c_2}{4c_1c_2} u_0. \end{aligned} \quad (12)$$

Odgovarajuće funkcije naprezanja su

$$\begin{aligned} \phi_1(z_1) = & A \ln \zeta_1 - \frac{(c_2 - c_1)(p_2 - iq_2)u_0}{4c_1c_2 D} \frac{1}{\zeta_1} \\ & + \left(\frac{(2c_1c_2 - c_1 - c_2)(q_2 - ip_2)}{8c_1c_2 D} - \frac{(2c_1c_2 + c_1 + c_2)ip_2}{4c_1c_2 D} \right) \frac{u_0}{\zeta_1^2} \\ & + \frac{(2c_1c_2 + c_1 + c_2)(q_2 - ip_2)u_0}{8c_1c_2 D} \frac{1}{\zeta_1^4}, \end{aligned} \quad (13a)$$

$$\begin{aligned} \phi_2(z_2) = & B \ln \zeta_2 + \frac{(c_2 - c_1)(p_1 - iq_1)u_0}{4c_1c_2 D} \frac{1}{\zeta_2} \\ & - \left(\frac{(2c_1c_2 - c_1 - c_2)(q_1 - ip_1)}{8c_1c_2 D} - \frac{(2c_1c_2 + c_1 + c_2)ip_1}{4c_1c_2 D} \right) \frac{u_0}{\zeta_2^2} \\ & - \frac{(2c_1c_2 + c_1 + c_2)(q_1 - ip_1)u_0}{8c_1c_2 D} \frac{1}{\zeta_2^4}, \end{aligned} \quad (13b)$$

gdje su

$$\zeta_k = \frac{z_k + \sqrt{z_k^2 - r^2(1 + \mu_k^2)}}{r(1 - i\mu_k)}, \quad (14)$$

$$z_k = x + \mu_k y, \quad (15)$$

$$p_k = a_{11}\mu_k^2 + a_{12} - a_{16}\mu_k, \quad (16)$$

$$q_k = a_{12}\mu_k + \frac{a_{22}}{\mu_k} - a_{26}, \quad k = 1, 2, \quad (17)$$

a μ_k ($k = 1, 2$) korijeni karakteristične jednadžbe [21]

$$a_{11}\mu^4 + (2a_{12} + a_{66})\mu^2 + a_{22} = 0. \quad (18)$$

Korištena su sljedeća pojednostavljena prema [21]

$$k = -\mu_1\mu_2 = \sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}} = \sqrt{\frac{E_x}{E_y}}, \quad (19)$$

$$n = -i(\mu_1 + \mu_2) = \sqrt{\frac{2a_{12} + a_{66}}{a_{11}}} + 2\sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}} = \sqrt{\frac{E_x}{G_{xy}} - 2\nu_{xy} + 2\sqrt{\frac{E_x}{E_y}}}. \quad (20)$$

Razmatra se ploča beskonačnih dimenzija sa kružnim provrtom koja je opterećena zatikom. Pretpostavlja se klizanje u kontaktnom području te Coulomb-ovo trenje kako bi se procijenilo trenje između zatika i provrta. Naprezanja u ploči mogu se izraziti kao

$$\sigma_r = 2\operatorname{Re}[(-\sin\theta + \mu_1\cos\theta)^2\phi'_1(z_1) + (-\sin\theta + \mu_2\cos\theta)^2\phi'_2(z_2)], \quad (21)$$

$$\tau_{r\theta} = 2\text{Re}[(-\sin\theta + \mu_1\cos\theta)(-\cos\theta - \mu_1\sin\theta)\phi'_1(z_1) + (-\sin\theta + \mu_2\cos\theta)(-\cos\theta - \mu_2\sin\theta)\phi'_2(z_2)]. \quad (22)$$

Kako bi se pojednostavili izrazi za naprezanja, definiraju se sljedeći izrazi:

$$\begin{aligned} A_1 &= -k + [(1+k)^2 - n^2] \cos^2 \phi \sin^2 \phi \\ B_1 &= \frac{n}{2} (1-k) \sin 2\phi \\ C_1 &= \left[\frac{n^2}{2} \cos 2\phi - (1+k)(\cos^2 \phi - k \sin^2 \phi) \right] \sin^2 \phi \\ D_1 &= n \left[\cos 2\phi (\cos^2 \phi - k \sin^2 \phi) + \frac{1+k}{2} \sin^2 2\phi \right]. \end{aligned} \quad (23)$$

Opterećenje uslijed djelovanja zatika razlaže se na komponente

$$P_x = P \cos \theta_1 \quad (24)$$

$$P_y = P \sin \theta_1,$$

gdje je $\theta_1 = \phi_1 - \phi$.

Uvode se uvjeti naprezanja na površini provrta

$$\tau_{r\theta} = 0 \quad \text{za} \quad \theta = \pm \frac{\pi}{2} \quad (25)$$

$$\sigma_r = 0 \quad \text{za} \quad \theta = \pm \frac{\pi}{2},$$

i

$$\int_{-\pi/2}^0 \tau_{r\theta} r d\theta - \int_0^{\pi/2} \tau_{r\theta} r d\theta = \int_{-\pi/2}^0 f \sigma_r r d\theta + \int_0^{\pi/2} f \sigma_r r d\theta, \quad (26)$$

gdje je f koeficijent trenja. Uvrštavanjem jednadžbi (21) i (22) u (25) i (26), te usvajanjem izraza definiranih u (23), dobivaju se sljedeći izrazi:

$$c_1 = c_2 = c = \frac{B_c - A_c}{A_c}, \quad (27)$$

$$u_0 = \frac{g_1 P_x}{\pi} \cdot \frac{B_c - A_c}{-2A_c(k - \nu_{xy} - A_\phi) + B_c(k - \nu_{xy} + A_\phi)}, \quad (28)$$

$$\tan \theta_1 = \frac{-(B_c + 2A_c)B_1}{-2A_c(k - \nu_{xy} - A_\phi) + B_c(k - \nu_{xy} + A_\phi)}, \quad (29)$$

$$\begin{aligned}
\sigma_r = & \frac{P_x}{2r} \cdot \frac{2}{\pi[2A_c(k - v_{xy} - A_\phi) - B_c(k - v_{xy} + A_\phi)]} \\
& \cdot \left\{ \left[B_c \left(\frac{3}{2} D_1 + \frac{1}{2} A_\phi + 3k - 3v_{xy} \right) - A_c(D_1 - 3A_\phi + 4k - 4v_{xy}) \right] \cos \theta \right. \\
& - \left[B_c \left(\frac{3}{2} A_\phi + \frac{1}{2} D_1 - 3k + 3v_{xy} \right) - A_c(A_\phi + D_1) \right] \cos 3\theta \\
& - B_c(A_\phi + D_1) \cos 5\theta \\
& + \left[-2A_c(k - v_{xy} - A_\phi) \tan \theta_1 + B_c(B_1 + (k - v_{xy} + A_\phi) \tan \theta_1) \right] \sin \theta \\
& \left. + 2B_1(B_c - A_c) \sin 3\theta + 2B_1B_c \sin 5\theta \right\}, \tag{30}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tau_{r\theta} = & -\frac{P_x}{2r} \cdot \frac{2}{\pi[2A_c(k - v_{xy} - A_\phi) - B_c(k - v_{xy} + A_\phi)]} \left\{ \left[A_c(A_\phi + D_1) \right. \right. \\
& + B_c \left(\frac{3}{2} A_\phi - \frac{3}{2} D_1 - k + v_{xy} \right) \left. \right] \sin \theta \\
& - \left[B_c \left(-\frac{A_\phi}{2} + \frac{5}{2} D_1 + k - v_{xy} \right) - A_c(A_\phi + D_1) \right] \sin 3\theta \\
& - B_c(A_\phi + D_1) \sin 5\theta \\
& - \left[-2A_c(k - v_{xy} - A_\phi) \tan \theta_1 + B_c((k - v_{xy} + A_\phi) \tan \theta_1 - B_1) \right] \cos \theta \\
& \left. - 2B_1(B_c - A_c) \cos 3\theta - 2B_1B_c \cos 5\theta \right\}, \tag{31}
\end{aligned}$$

gdje su

$$A_c = (19D_1 - 11A_\phi + 10k - 10v_{xy}) + f(11D_1 + 6A_\phi + 15k - 15v_{xy}) \tag{32}$$

$$B_c = (10D_1 + 10A_\phi) + f(10D_1 - 20A_\phi + 30k - 30v_{xy}),$$

i

$$g_1 = \frac{1}{E_x} \left[-B_1^2 - (k - v_{xy})^2 - A_\phi D_1 \right], \tag{33}$$

gdje je A_ϕ definiran sljedećim izrazom

$$A_\phi = \frac{A_1 D_1 + B_1 C_1}{E_x a_{11}}, \tag{34}$$

Općeniti izraz za normalno cirkularno naprezanje σ_θ je

$$\sigma_\theta = 2Re[(\cos \theta + \mu_1 \sin \theta)^2 \phi'_1(z_1) + (\cos \theta + \mu_2 \sin \theta)^2 \phi'_2(z_2)], \tag{35}$$

ili

$$\sigma_\theta = \sigma_{\theta 1} + \sigma_{\theta 2} + \sigma_{\theta 3} + \sigma_{\theta 4}, \tag{36}$$

gdje indeksi 1-4 odgovaraju članovima iz funkcija naprezanja $\phi_1(z_1)$ i $\phi_2(z_2)$. Razmatranjem deformacije opterećenog provrta prema [20] dobiva se izraz za $\sigma_{\theta 5}$. Ukupno normalno cirkularno naprezanje može se tada napisati na sljedeći način

$$\sigma_\theta = \sigma_{\theta 1} + \sigma_{\theta 2} + \sigma_{\theta 3} + \sigma_{\theta 4} + \sigma_{\theta 5}. \tag{37}$$

Puni izrazi za članove cirkularnog naprežanja su

$$\begin{aligned}
\sigma_{\theta 1} = & \frac{P_x}{2r} \cdot \left(\frac{-2}{\pi} \right) \cdot \frac{E_\theta}{E_x a_{11}} \\
& \cdot \left\{ -C_1 \sin^5 \theta \left[\frac{C_1^2 + D_1^2}{E_x a_{11}} + (A_1 + \nu_{xy} - k) - 2E_x a_{11} \right] \sin^4 \theta \cos \theta \right. \\
& + 2 \left(\frac{B_1 D_1 - A_1 C_1}{E_x a_{11}} + C_1 \right) \sin^3 \theta \cos^2 \theta \\
& + \left[\frac{A_1^2 + B_1^2}{E_x a_{11}} - 2(A_1 - \nu_{xy} + k) - E_x a_{11} \right] \sin^2 \theta \cos^3 \theta \\
& + C_1 \sin \theta \cos^4 \theta - (A_1 - \nu_{xy} + k) \cos^5 \theta \left. \vphantom{\frac{P_x}{2r}} \right\} \\
& - \frac{2}{\pi} \frac{E_\theta}{E_x a_{11}} \tan \theta_1 \left\{ -(A_1 - \nu_{xy} + k) \sin^5 \theta \right. \\
& + \frac{A_1 C_1 - B_1 D_1}{E_x a_{11}} \sin^4 \theta \cos \theta \\
& + \left[E_x a_{11} - \frac{A_1^2 + B_1^2}{E_x a_{11}} - 2(A_1 - \nu_{xy} + k) \right] \sin^3 \theta \cos^2 \theta \\
& - 2 \left(\frac{B_1 D_1 - A_1 C_1}{E_x a_{11}} + C_1 \right) \sin^2 \theta \cos^3 \theta \\
& + \left[\frac{C_1^2 + D_1^2}{E_x a_{11}} + (A_1 + \nu_{xy} - k) - 2 \frac{(A_1^2 + B_1^2)}{E_x a_{11}} \right] \sin \theta \cos^4 \theta \\
& \left. + \frac{B_1 D_1 - A_1 C_1}{E_x a_{11}} \cos^5 \theta \right\}, \tag{38}
\end{aligned}$$

gdje je

$$\begin{aligned}
\frac{1}{E_\theta} = & \frac{1}{E_x a_{11}} \left[E_x a_{11} \sin^4 \theta - 2C_1 \sin^3 \theta \cos \theta + \left(2A_1 + \frac{C_1^2 + D_1^2}{E_x a_{11}} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \right. \\
& \left. - \frac{2(A_1 C_1 - B_1 D_1)}{E_x a_{11}} \sin \theta \cos^3 \theta + \frac{A_1^2 + B_1^2}{E_x a_{11}} \cos^4 \theta \right], \tag{39}
\end{aligned}$$

$$\sigma_{\theta 2} = -\frac{P_x}{2r} \cdot \frac{E_\theta}{E_x a_{11}} \cdot \frac{c-1}{c} \cdot u_0 \cdot (A_2 C_2 + B_2 D_2), \tag{40}$$

$$\sigma_{\theta 3} = \frac{P_x}{2r} \cdot \frac{E_\theta}{E_x a_{11}} \cdot \frac{2(c+1)}{c} \cdot u_0 \cdot (B_2 C_3 - A_2 D_3), \tag{41}$$

$$\sigma_{\theta 4} = -\frac{P_x}{2r} \cdot \frac{E_\theta}{E_x a_{11}} \cdot \frac{2(c+1)}{c} \cdot u_0 \cdot (A_4 C_2 + B_4 D_2), \tag{42}$$

gdje su korištene konstante definirane na sljedeći način

$$A_2 = \left(\frac{D_1}{E_x a_{11}} \sin \theta + \frac{B_1}{E_x a_{11}} \cos \theta \right) \cos \theta \cos 2\theta - \left(\sin^2 \theta - \frac{C_1}{E_x a_{11}} \cos \theta \sin \theta + \frac{A_1}{E_x a_{11}} \cos^2 \theta \right) \sin 2\theta , \quad (43)$$

$$B_2 = \left(\frac{D_1}{E_x a_{11}} \sin \theta + \frac{B_1}{E_x a_{11}} \cos \theta \right) \cos \theta \sin 2\theta + \left(\sin^2 \theta - \frac{C_1}{E_x a_{11}} \cos \theta \sin \theta + \frac{A_1}{E_x a_{11}} \cos^2 \theta \right) \cos 2\theta , \quad (44)$$

$$C_2 = -[(A_1 + D_1)(v_{xy} - k) + A_\phi(D_1 - E_x a_{11}) + B_1^2] \sin^3 \theta - B_1[A_1 - 2E_x a_{11} + (v_{xy} - k) + A_\phi] \sin^2 \theta \cos \theta + [(E_x a_{11} - 2A_1)(v_{xy} - k - D_1) - 2B_1^2] \sin \theta \cos^2 \theta - [C_1(v_{xy} - k - D_1) - B_1(D_1 + E_x a_{11})] \cos^3 \theta , \quad (45)$$

$$D_2 = [C_1(v_{xy} - k + A_\phi) + B_1(v_{xy} - k + A_1)] \sin^3 \theta + [(v_{xy} - k + A_\phi)(2E_x a_{11} - A_1) + B_1^2] \sin^2 \theta \cos \theta + B_1[2(v_{xy} - k - D_1) + (E_x a_{11} - 2A_1)] \sin \theta \cos^2 \theta + [(v_{xy} - k)(E_x a_{11} - D_1) + D_1(D_1 + A_1)] \cos^3 \theta , \quad (46)$$

$$C_3 = -C_1(v_{xy} - k) \sin^3 \theta - [(v_{xy} - k)(2E_x a_{11} - A_1) + B_1^2] \sin^2 \theta \cos \theta + 2B_1 D_1 \sin \theta \cos^2 \theta - [D_1^2 + E_x a_{11}(v_{xy} - k)] \cos^3 \theta , \quad (47)$$

$$D_3 = [B_1 C_1 - D_1(v_{xy} - k - A_1)] \sin^3 \theta + B_1(2E_x a_{11} - A_1 - v_{xy} + k) \sin^2 \theta \cos \theta - D_1(E_x a_{11} - 2A_1) \sin \theta \cos^2 \theta + (C_1 D_1 + B_1 E_x a_{11}) \cos^3 \theta , \quad (48)$$

$$A_4 = \left(\frac{D_1}{E_x a_{11}} \sin \theta + \frac{B_1}{E_x a_{11}} \cos \theta \right) \cos \theta \cos 4\theta - \left(\sin^2 \theta - \frac{C_1}{E_x a_{11}} \cos \theta \sin \theta + \frac{A_1}{E_x a_{11}} \cos^2 \theta \right) \sin 4\theta , \quad (49)$$

$$B_4 = \left(\frac{D_1}{E_x a_{11}} \sin \theta + \frac{B_1}{E_x a_{11}} \cos \theta \right) \cos \theta \sin 4\theta + \left(\sin^2 \theta - \frac{C_1}{E_x a_{11}} \cos \theta \sin \theta + \frac{A_1}{E_x a_{11}} \cos^2 \theta \right) \cos 4\theta . \quad (50)$$

Neka je ϕ_2 kut između smjera vlačne sile i osi x_0 , a potrebno ga je definirati za izračun petog člana normalnog tangencijalnog naprezanja

$$\begin{aligned}
\sigma_{\theta 5} = & \frac{P_x}{2r} \cdot \frac{c-1}{2c} \cdot u_0 \cdot E_{(\phi+\theta)} \cdot g_1 \\
& \cdot \left[\frac{1}{k \cos 2\phi_2 \cos 2\phi + \frac{n(1+k) + (1-k)^2}{4} \sin 2\phi_2 \sin 2\phi} \right] \\
& \cdot \left\{ k \cos 2\phi_2 \sin(2\phi + \theta) \sin \theta \right. \\
& + \frac{k \sin 2\phi_2}{4} \cdot [\sin 2(\phi + \theta) - \sin 2\phi] \\
& \left. + \frac{\sin 2\phi_2 \sin \theta}{2} \cdot [(n+1) \sin(\phi + \theta) \sin \phi - k(n+k) \cos(\phi + \theta) \cos \phi] \right\},
\end{aligned} \tag{51}$$

gdje je $E_{(\phi+\theta)}$ definiran sljedećim izrazom

$$\begin{aligned}
\frac{1}{E_{(\phi+\theta)}} = & \frac{1}{E_x} \sin^4(\phi + \theta) + \left(\frac{1}{G} - 2 \frac{\nu_{xy}}{E_x} \right) \sin^2(\phi + \theta) \cos^2(\phi + \theta) \\
& + \frac{1}{E_y} \cos^4(\phi + \theta).
\end{aligned} \tag{52}$$

3.2. Rezultati analitičkog modela

U ovom poglavlju su prikazana naprezanja izračunata prema analitičkom modelu te je prikazana raspodjela tih naprezanja za raspon kuta θ po rubu provrta u rasponu $-\frac{\pi}{12} \leq \theta \leq \frac{\pi}{12}$ (odnosno u rasponu $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$) u kojem dolazi do ležajnog popuštanja.

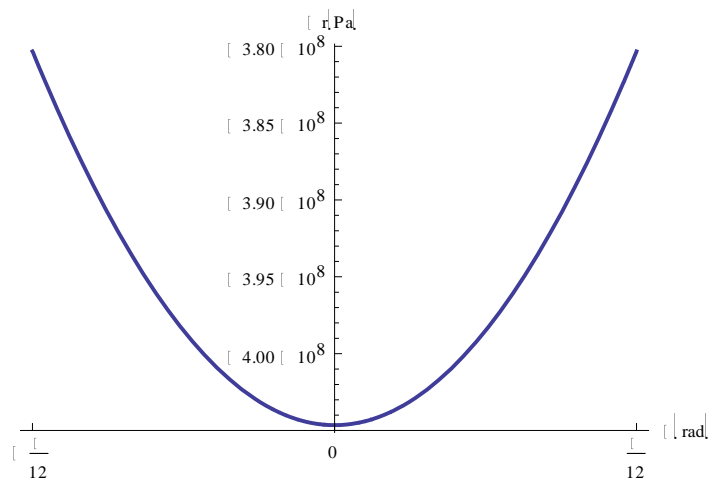
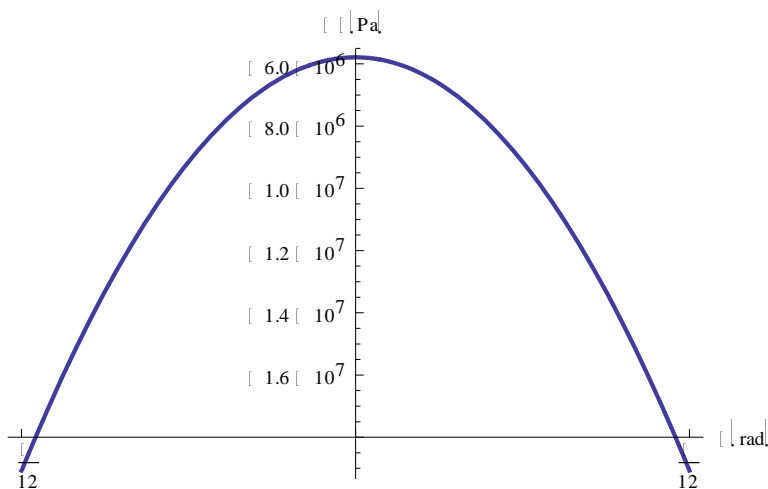
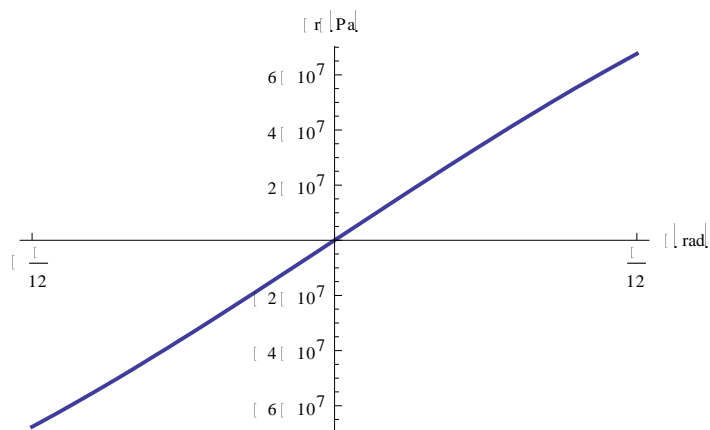
1. slučaj $[0_{21}]$

Izračunate vrijednosti naprezanja σ_r, σ_θ i $\tau_{r\theta}$ za kompozitni laminat sa rasporedom slojeva $[0_{21}]$ ovisno o kutu θ na rubu provrta prikazane su u Tablici 2

Tablica 2. Naprezanja prema analitičkom modelu za kompozit sa rasporedom slojeva $[0_{21}]$

Kut θ [°]	Naprežanje σ_r [MPa]	Naprežanje σ_θ [MPa]	Naprežanje $\tau_{r\theta}$ [MPa]
-15	-380,33	-19,52	-67,63
0	404,65	-5,78	0
15	-380,33	-19,52	67,63

Na Slikama 12– 14 prikazane su raspodjele naprezanja σ_r, σ_θ i $\tau_{r\theta}$ za kompozitni laminat sa rasporedom slojeva $[0_{21}]$ za raspon kuta θ od $-\frac{\pi}{12} \leq \theta \leq \frac{\pi}{12}$, u kojem se pojavljuje ležajno popuštanje.

Slika 12. Raspodjela naprezanja σ_r za laminat sa rasporedom slojeva $[0_{21}]$ Slika 13. Raspodjela naprezanja σ_θ za laminat sa rasporedom slojeva $[0_{21}]$ Slika 14. Raspodjela naprezanja $\tau_{r\theta}$ za laminat sa rasporedom slojeva $[0_{21}]$

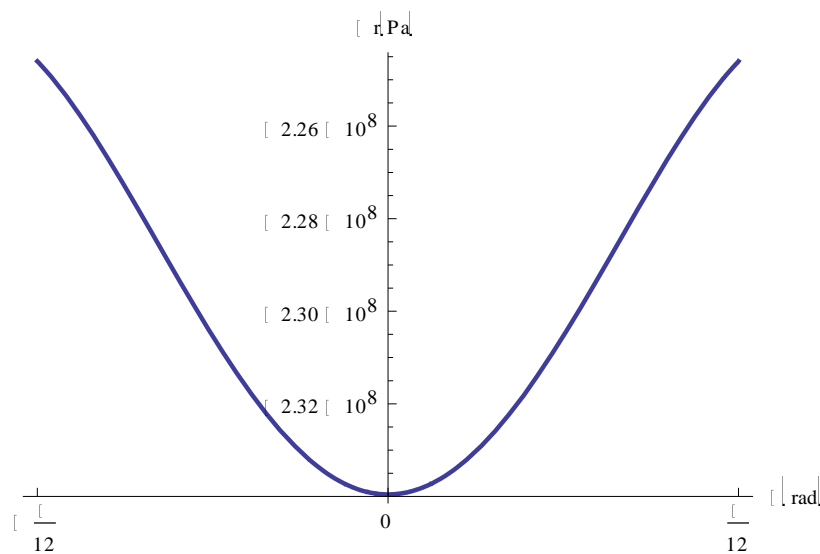
2. slučaj $[90_{21}]$

Izračunate vrijednosti naprezanja za laminat sa rasporedom slojeva $[90_{21}]$ za kut θ prikazane su u Tablici 3

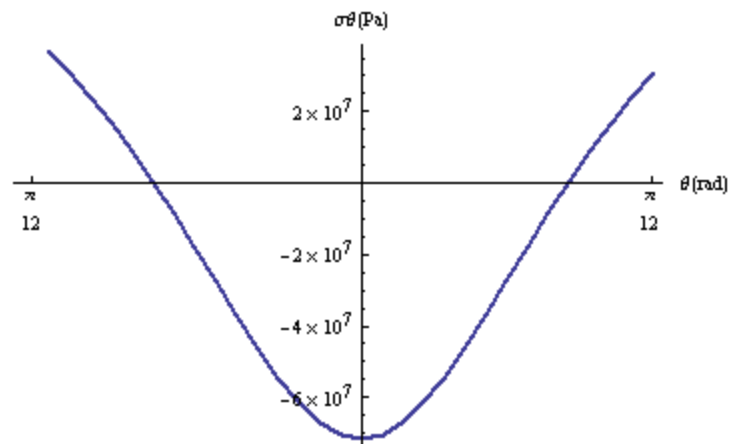
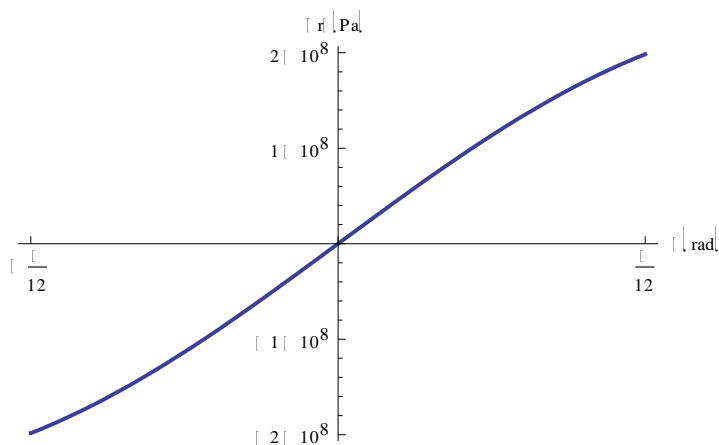
Tablica 3. Naprezanja prema analitičkom modelu za kompozit sa rasporedom slojeva $[90_{21}]$

Kut θ [°]	Naprezanje σ_r [MPa]	Naprezanje σ_θ [MPa]	Naprezanje $\tau_{r\theta}$ [MPa]
-15	-224,6	36,92	-198,94
0	-233,96	-71,63	0
15	-224,6	36,92	198,94

Na Slikama 15 – 17 prikazane su raspodjele naprezanja σ_r , σ_θ i $\tau_{r\theta}$ za kompozitni laminat sa rasporedom slojeva $[90_{21}]$ za raspon kuta θ od $-\frac{\pi}{12} \leq \theta \leq \frac{\pi}{12}$, u kojem se pojavljuje ležajno popuštanje.



Slika 15. Raspodjela naprezanja σ_r za laminat sa rasporedom slojeva $[90_{21}]$

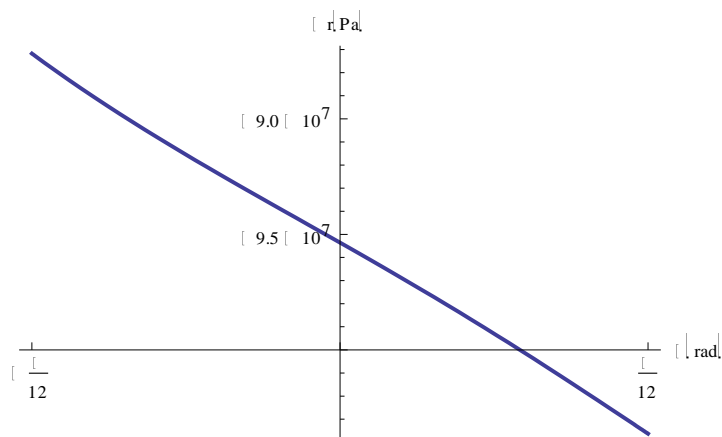
Slika 16. Raspodjela naprezanja σ_θ za laminat sa rasporedom slojeva $[90_{21}]$ Slika 17. Raspodjela naprezanja $\tau_{r\theta}$ za laminat sa rasporedom slojeva $[90_{21}]$ 3. slučaj $[45_{21}]$

Izračunate vrijednosti naprezanja za laminat sa rasporedom slojeva $[45_{21}]$ za kut θ prikazane su u Tablici 4.

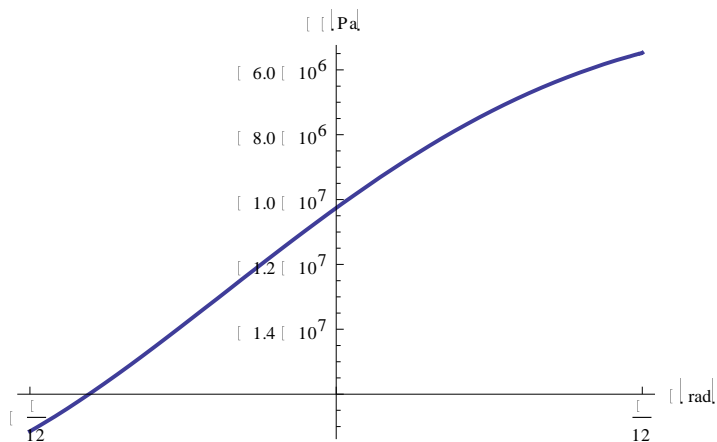
Tablica 4. Naprezanja prema analitičkom modelu za kompozit sa rasporedom slojeva $[45_{21}]$

Kut θ [°]	Naprezanje σ_r [MPa]	Naprezanje σ_θ [MPa]	Naprezanje $\tau_{r\theta}$ [MPa]
-15	-87,17	-23,96	-49,63
0	-95,35	-10,26	-28,95
15	-103,62	-4,91	-6,90

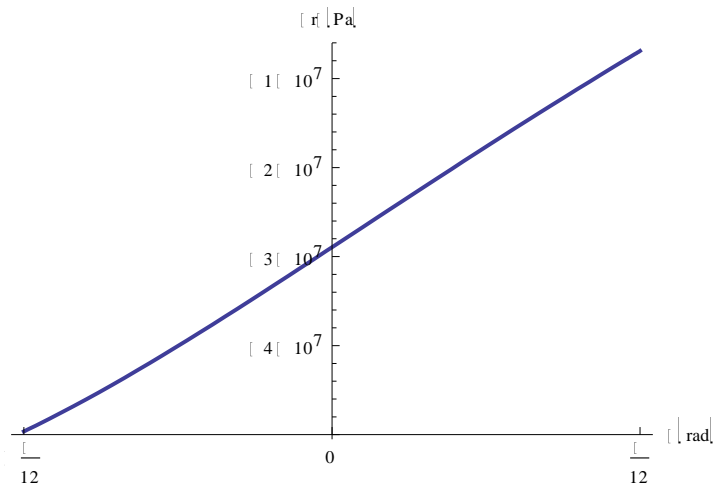
Na Slikama 18 – 20 prikazane su raspodjele naprezanja σ_r , σ_θ i $\tau_{r\theta}$ za kompozitni laminat sa rasporedom slojeva $[90_{21}]$ za raspon kuta θ od $-\frac{\pi}{12} \leq \theta \leq \frac{\pi}{12}$, u kojem se pojavljuje ležajno popuštanje.



Slika 18. Raspodjela naprezanja σ_r za laminat sa rasporedom slojeva $[45_{21}]$



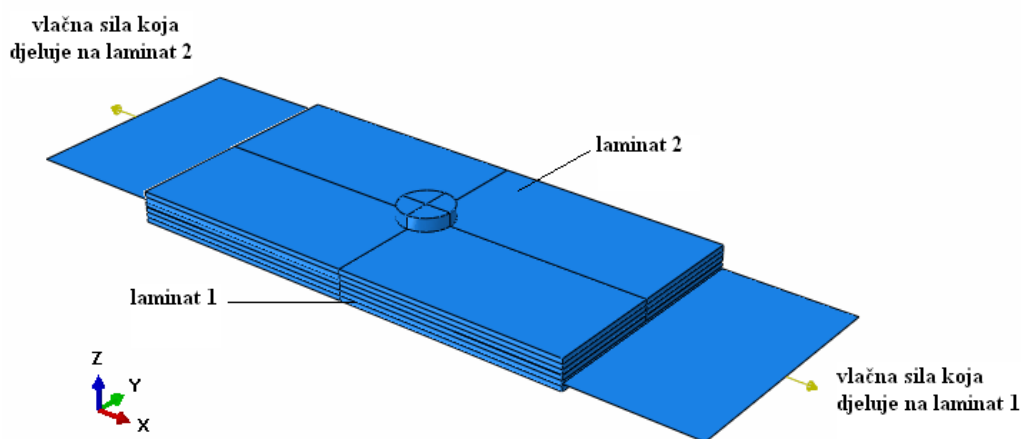
Slika 19. Raspodjela naprezanja σ_θ za laminat sa rasporedom slojeva $[45_{21}]$



Slika 20. Raspodjela naprezanja $\tau_{r\theta}$ za laminat sa rasporedom slojeva $[45_{21}]$

4. Numerički model

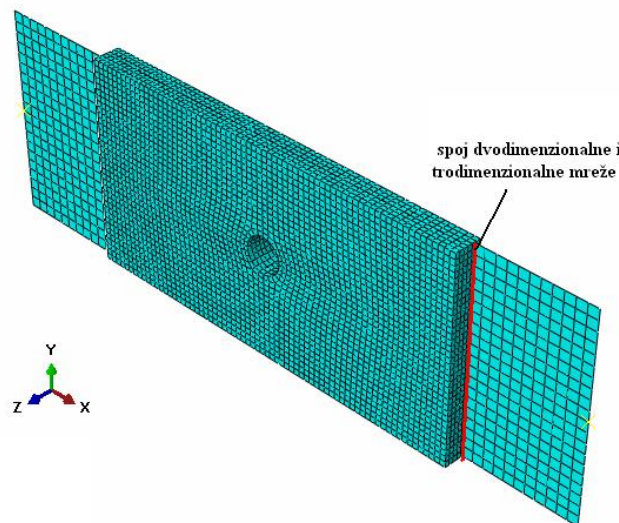
U ovom poglavlju prikazan je trodimenzionalni model diskretiziran konačnim elementima. Pri stvaranju modela korištena je Python skripta razvijena u sklopu industrijskog znanstveno-istraživačkog projekta [24]. Priroda kompozitnih laminata zadaje dodatne komplikacije pri stvaranju modela kompozitne konstrukcije. Problemi vezani uz različite orijentacije vlakana, naprezanja po debljini na slobodnim rubovima, modeliranje popuštanja zahtijevaju korištenje posebnih potprograma. Za procjenu popuštanja korišten je potprogram UVARM programiran u Fortran-u koji je također razvijen u sklopu industrijskog znanstveno-istraživačkog projekta [24]. Pri simuliranju mehaničkih spojeva kompozitnih konstrukcija, kontakt između spojnog elementa i kompozita se također mora uračunati u modelu konačnim elementima kako bi se odredile kontaktne površine i naprezanja [10]. Na Slici 21 prikazan je numerički model dva kompozitna laminata spojena zakovicom koji se analizira u ovom radu.



Slika 21. Numerički model mehaničkog spoja kompozitnih laminata zakovicom

4.1. Modeliranje konačnim elementima

Model konačnim elementima mehaničkog spoja kompozitnih konstrukcija razvijen je u nelinearnom FE kodu u Abaqus-u. Napravljena je Python skripta kako bi se automatiziralo stvaranje modela, stvaranje mreže i sklapanje dijelova spoja uz jednostavnu izmjenu geometrije ploče i promjera spojnog elementa, rasporeda slojeva ploče, svojstava materijala, same mreže i opterećenja – sile.



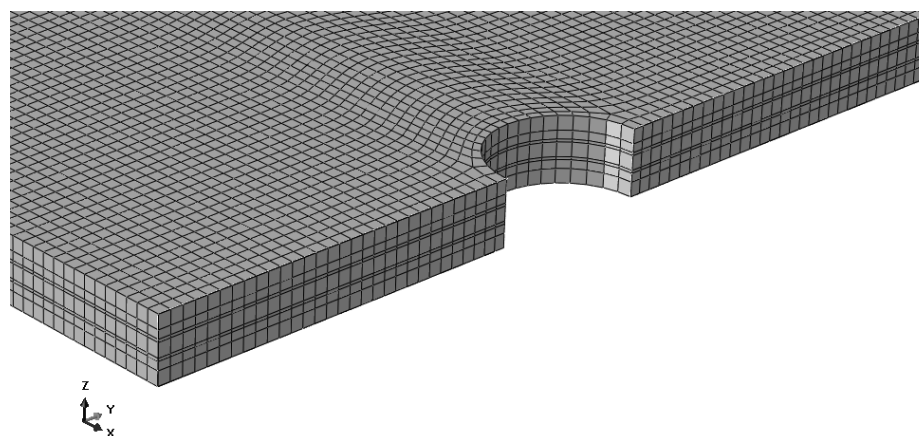
Slika 22. Prikaz diskretizacije kompozitne ploče

Razmatra se kompozitna ploča dimenzija $L \times w$ debljine t sa provrtom promjera D na udaljenosti od kraćeg ruba e . Kompozitna ploča se sastoji od n slojeva debljine t_{lay} . Kompozitna ploča modelirana je korištenjem kontinuiranih i konvencionalnih ljuskastih elemenata. Kako bi se mogao modelirati kontakt između ploča i spojnog elementa, u području spoja su korišteni kontinuirani ljuskasti elementi. S ciljem smanjenja vremena računanja, geometrija ploče dalje od samog spoja modelirana je pomoću konvencionalnih ljuskastih elemenata. U Tablici 5 prikazani su podaci o mreži konačnih elemenata kojom je diskretiziran numerički model korišten za analizu kompozitnih laminata sa rasporedom slojeva $[0_{21}]$, $[90_{21}]$ i $[45_{21}]$.

Tablica 5. Podaci o mreži konačnih elemenata numeričkog modela

Ukupan broj čvorova	40277
Ukupan broj elemenata	116525
Broj kontinuiranih ljuskastih elemenata	15072
Broj tetraedarskih elemenata	101013
Broj konvencionalnih ljuskastih elemenata	440

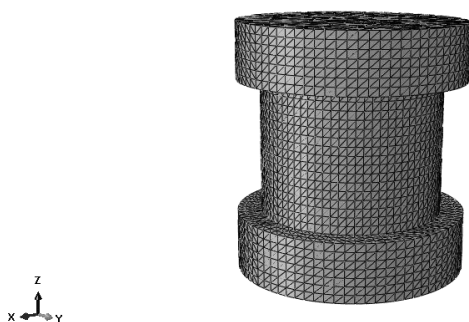
Spoj dvodimenzionalne mreže i trodimenzionalne mreže prikazan je na Slici 22. Modeliranje po debljini laminata ima značajan efekt na rezultate u kontaktnom području. Za promatrane slučajeve kompozitnih laminata sa rasporedom slojeva $[0_{21}]$, $[90_{21}]$ i $[45_{21}]$; korištena su tri elementa po debljini laminata. Za kompozitni laminat sa više slojeva različite orijentacije, korišten je jedan element po grupi slojeva sa jednakom orijentacijom vlakana.



Slika 23. Prikaz kontinuiranih ljuskastih elemenata po debljini laminata

Modeliranje smicanja mehaničkog spoja kompozitnih ploča zahtijeva elemente koji uzimaju u obzir orijentaciju kompozitnih slojeva. Dodatno, elementi moraju moći točno modelirati kontaktne uvjete sa spojnim elementom. Kontinuirani ljuskasti elementi omogućavaju dvostrani kontakt sa izmjenama u debljini te su zato pogodni za modeliranje kontakta. Također, mogu se slagati jedan na drugi i tako bolje simulirati ponašanje kompozitnih laminata kroz slojeve. U usporedbi sa konvencionalnim trodimenzionalnim elementima, kontinuirani ljuskasti elementi dopuštaju visoke omjere između ravninskih dimenzija i debljine koji su važni pri modeliranju ljuskastih konstrukcija. Konvencionalni ljuskasti elementi korišteni su za modeliranje ploče dalje od područja spoja.

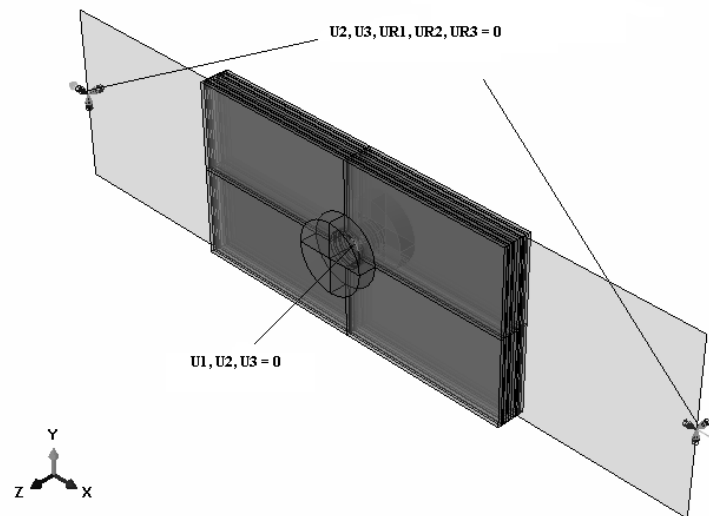
Spojni element – zakovica modeliran je korištenjem trodimenzionalnih tetraedarskih elemenata. Geometrija spojnog elementa definirana je prema geometriji provrta, a u Python kodu moguće je zadati promjer samog spojnog elementa D i promjer glave zatika D_{head} [24].



Slika 24. Prikaz modela zakovice

Rubni uvjeti i opterećenje

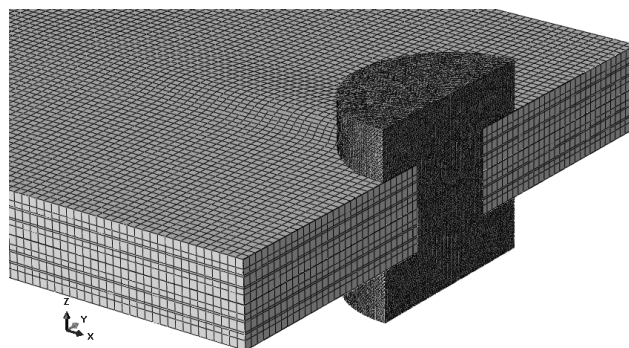
Vanjski rubovi, na kojima djeluje vlačna sila, fiksirani su tako da su im spriječeni svi pomaci i rotacije, osim pomaka u smjeru djelovanja sile. Krutost spojnog elementa postignuta je sprječavanjem sve tri translacije središnjeg čvora u spojnog elementu. Opterećenje spoja modelirano je koncentriranim silama na vanjskim rubovima ploča [24].



Slika 25. Prikaz rubnih uvjeta i opterećenja

Modeliranje kontakta

Interakcija između spojnog elementa i kompozitnih ploča modelirana je korištenjem opcije glavna površina-sporedna površina u Abaqus/Standard-u. Kako bi se poboljšala računalna robusnost modela, površina kompozitnog laminata izabrana je kao sporedna, dok je površina spojnog elementa izabrana kao glavna. Izbor glavna-sporedna površina sprječava moguće preklapanje uslijed deformiranja ljuskastih elemenata u kontaktnom području. Kontakt je modeliran trenjem uz koeficijent trenja 0,2. [24] Sklop samog spoja prikazan je u presjeku na sljedećoj slici.



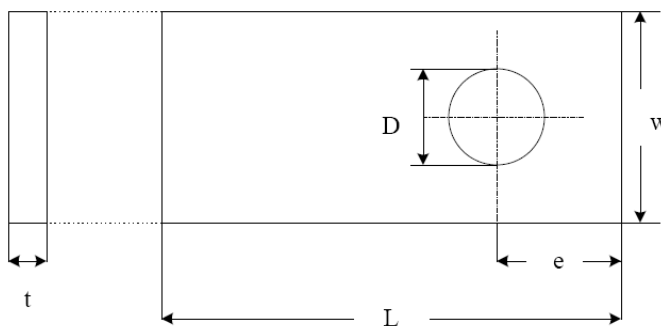
Slika 26. Presjek spoja zakovice i kompozitnih laminata

Kao što je već navedeno, u ovom radu su korištena 2 kriterija popuštanja. Kriterij popuštanja Hashin je ugrađen u Abaqus. Model popuštanja razmatra 4 mehanizma popuštanja: vlačno popuštanje (izlazna varijabla HSNFTCRT), tlačno popuštanje vlakna (HSNFCCRT), vlačno popuštanje matrice (HSNMTCRT) i tlačno popuštanje matrice (HSNMCCRT). Yamada-Sun

kriterij popuštanja implementiran je korištenjem korisničkog potprograma UVARM. Kriterij popuštanja Yamada-Sun korišten je u kombinaciji sa modelom karakteristične krivulje. Karakteristične duljine za promatrani material navedene su u tablici 2. Indeks popuštanja e_f prema Yamada-Sun kriteriju može se prikazati u rezultatima numeričke analize kao izlazna varijabla UVARM 1. Potpuno popuštanje kompozine ploče definirano je za ležajno popuštanje svih grupa slojeva iste orijentacije [24].

5. Usporedba rezultata prema numeričkom i analitičkom modelu

Provjera numeričkog modela ostvarena je usporedbom sa analitičkim modelom objašnjenim u 3. poglavlju. Prvo je provedena analiza na 3 različite kompozitne ploče, čiji je razmatrani raspored slojeva sljedeći: $[0_{21}]$, $[90_{21}]$ i $[45_{21}]$, kako bi se lakše provedla usporedba rezultata, uočile i ispravile pogreške. U sva 3 slučaja geometrija promatranih kompozitnih ploča je $D = 6,35$ mm, $L = 90$ mm, $e = 35$ mm, $w = 35$ mm dok je ukupna debljina laminata $t = 21 \times 0,11$ mm = 2,31 mm.



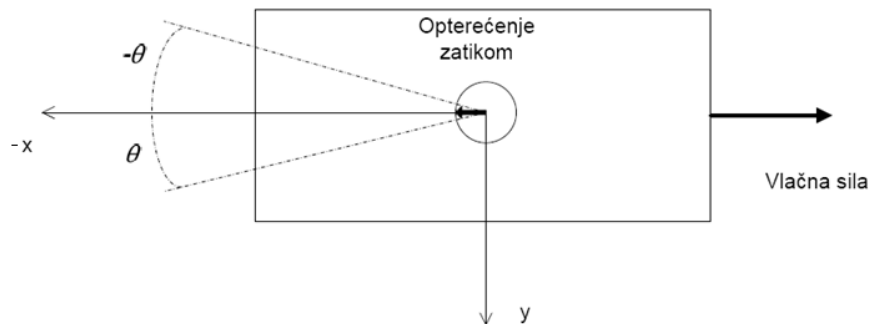
Slika 27. Geometrija kompozitnog laminata [10]

Pri definiranju materijalnih svojstava kompozitnog laminata korištene su vrijednosti za ugljičnim vlaknima ojačanu epoksidnu matricu AS4/3501-6 prema [22], koje su navedene u Tablici 6. Uz materijalna svojstva navedene su i karakteristične duljine R_t i R_c potrebne za primjenu kriterija popuštanja. U prva dva slučaja, za laminate sa po 21 slojem orijentacije pod 0° i pod 90° primijenjena je sila od 5000 N, dok je u trećem slučaju iznos primijenjene vlačne sile 1500 N.

Tablica 6. Svojstva materijala za AS4/3501-6 laminate [22]

Materijalno svojstvo	Vrijednost
E_1	144,14 GPa
E_2	11,72 GPa
G_{12}	6,69 GPa
ν_{12}	0,33
ν_{21}	0,0268
X_T	1860 MPa
X_C	1480 MPa
Y_T	50 MPa
Y_C	210 MPa
S	60 MPa
R_t	0,9 mm
R_c	1,3 mm

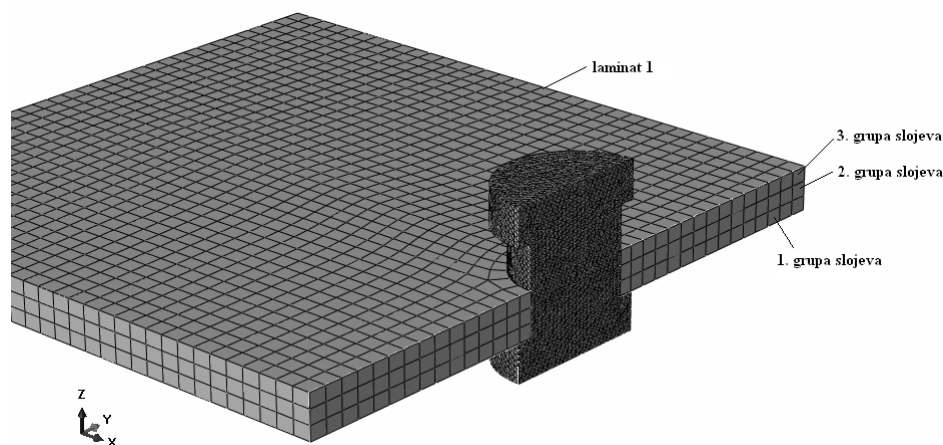
Na Slici 28 prikazana je shema razmatranog problema za laminat 1 kod kojeg vlačna sila djeluje u pozitivnom smjeru osi x .



Slika 28. Prikaz djelovanja opterećenja na kompozitni laminat 1

a) Kompozitni laminat sa rasporedom slojeva $[0_{21}]$

Pri razmatranju numeričkog i analitičkog modela promatrana su naprezanja σ_{11} , σ_{22} i σ_{12} . Naprezanje σ_{11} je ravninsko naprezanje koje djeluje u pravcu pružanja vlakana, naprezanje σ_{22} je ravninsko naprezanje koje djeluje u pravcu okomito na smjer pružanja vlakana, a σ_{12} je smično ravninsko naprezanje. Budući da je laminat po debljini modeliran sa tri konačna elementa, može se vidjeti kako se naprezanje mijenja po debljini laminata. Svaki od ta tri konačna elementa opisuje jednu grupu slojeva (Slika 29), te se za svaku grupu slojeva može prikazati vrijednost naprezanja.



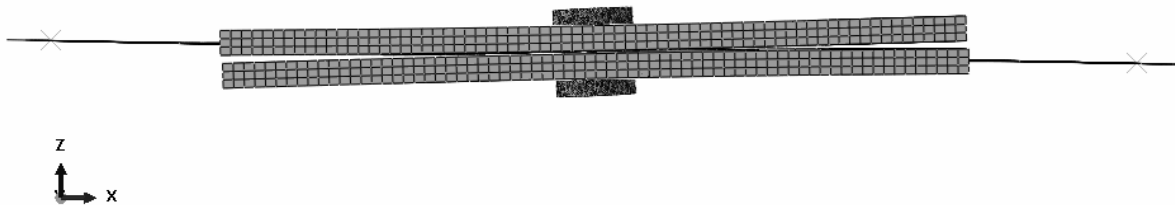
Slika 29. Grupe slojeva po debljini laminata 1

U prvom slučaju provedena je analiza mehaničkog spoja dvaju laminata sa rasporedom slojeva $[0_{21}]$. U Tablici 7 su prikazane vrijednosti naprezanja σ_{11} po debljini kompozitnog laminata dobivene numeričkom analizom.

Tablica 7. Numerički rezultati za naprezanje σ_{11} po debljini kompozitnog laminata

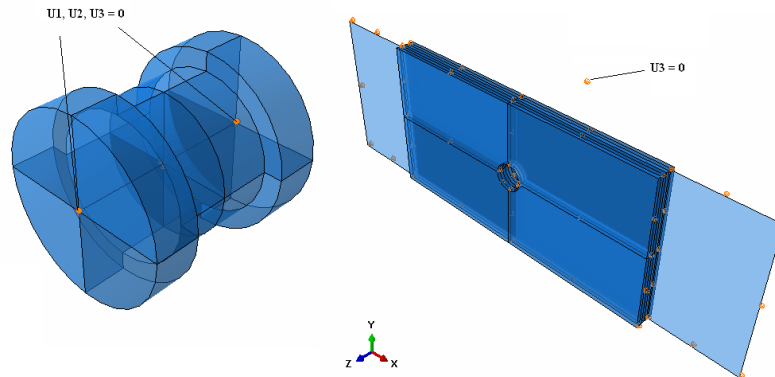
	laminat 1	laminat 2
1. grupa slojeva	$\sigma_{11} = -1087,14 \text{ MPa}$	$\sigma_{11} = -1089,60 \text{ MPa}$
2. grupa slojeva	$\sigma_{11} = -448,90 \text{ MPa}$	$\sigma_{11} = -448,70 \text{ MPa}$
3. grupa slojeva	$\sigma_{11} = -194,40 \text{ MPa}$	$\sigma_{11} = -194,60 \text{ MPa}$

Naprezanje σ_{11} koje je izračunato prema analitičkom modelu iznosi $-404,65 \text{ MPa}$. Kada se usporede vrijednosti naprezanja σ_{11} dobivene numeričkim modelom sa analitičkim rješenjem, vidljiva su značajno velika odstupanja. Odstupanje analitički i numerički dobivenih rezultata posljedica je savijanja kompozitnih ploča numeričkog modela. Utjecaj savijanja na deformirani oblik modela prikazan je Slikom 30. Uslijed takvog deformiranja, glava zakovice dodatno tlačno opterećuje površinu laminata na mjestu kontakta i uzrokuje velike razlike u naprezanjima po debljini laminata.



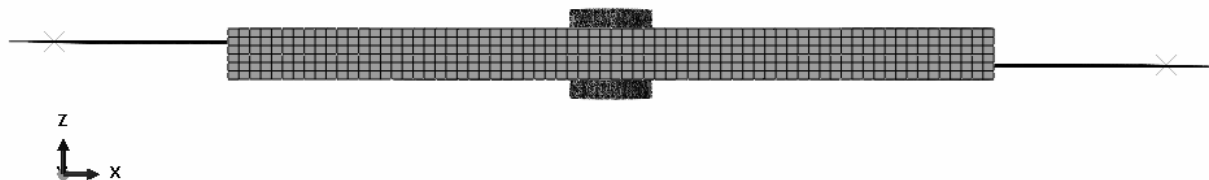
Slika 30. Deformirani oblik spoja prije uvođenja dodatnih rubnih uvjeta

Budući da se savijanje kompozitnih ploča ne može uzeti u obzir analitičkim modelom uvedenim u poglavlju 3., za bolju korelaciju analitičkog i numeričkog modela potrebno je uvesti dodatne rubne uvjete u numeričkom modelu. Potrebno je povećati krutost zakovice i spriječiti savijanje laminata. Dodatni rubni uvjeti sprječavaju pomake zatika i translaciju ploča u smjeru osi z , kao što je prikazano na Slici 31.



Slika 31. Dodatni rubni uvjeti

Uvođenjem dodatnih rubnih uvjeta spriječeno je savijanje kompozitnih ploča. Na Slici 32 prikazan je deformirani oblik mehaničkog spoja nakon zadavanja dodatnih rubnih uvjeta.



Slika 32. Deformirani oblik mehaničkog spoja nakon zadavanja dodatnih rubnih uvjeta

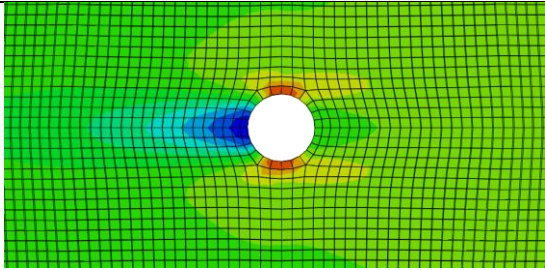
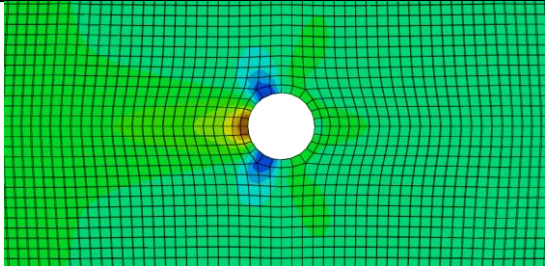
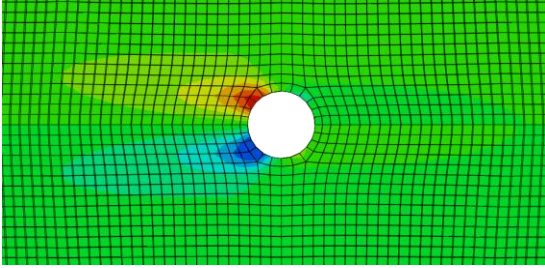
U Tablici 8 prikazane su vrijednosti naprezanja σ_{11} po debljini svakog laminata dobivene numeričkom analizom modela nakon zadavanja dodatnih rubnih uvjeta. Nove vrijednosti naprezanja mogu se usporediti sa naprezanjem $\sigma_{11} = -404,65$ MPa izračunatim prema analitičkom modelu.

Tablica 8. Numerički rezultati za naprezanje σ_{11} po debljini kompozitnog laminata nakon uvođenja dodatnih rubnih uvjeta

	1. laminat	2.laminat
1. grupa slojeva	$\sigma_{11} = -368,8$ MPa	$\sigma_{11} = -368,5$ MPa
2. grupa slojeva	$\sigma_{11} = -350,0$ MPa	$\sigma_{11} = -350,3$ MPa
3. grupa slojeva	$\sigma_{11} = -372,1$ MPa	$\sigma_{11} = -372,3$ MPa

Nakon postizanja približno uniformne raspodjele naprezanja po debljini kompozitnog laminata provedena je usporedba rezultata dobivenih analitičkim modelom i numeričkim modelom. Numerički rezultati su prikazani za laminat 1 odnosno laminat 2, koji su definirani na Slici 21. Rezultati su uspoređivani za točku na rubu provrta u kojoj kut $\theta = 0$, kao što prikazuje Slika 28. Vrijednosti naprezanja prema numeričkom modelu očitane su za pojedinu grupu slojeva po debljini kompozitnog laminata.

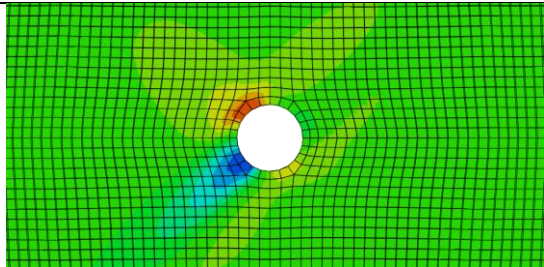
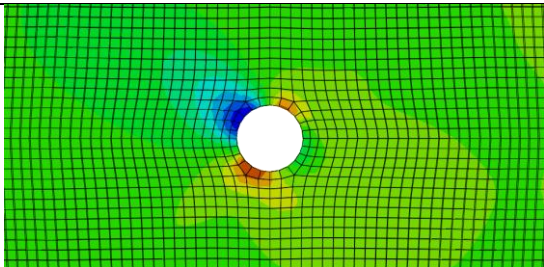
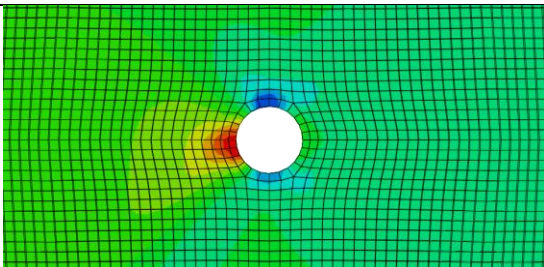
Tablica 9. Usporedba analitičkog rješenja i numeričkih rezultata za laminat sa rasporedom slojeva $[0_{21}]$

Analitičko rješenje [MPa]	Numeričko rješenje za pojedinu grupu slojeva po debljini laminata 1 [MPa]		Prikaz naprezanja za laminat 1
$\sigma_{11} = -404,64$	1. grupa slojeva	$\sigma_{11} = -368,5$	
	2. grupa slojeva	$\sigma_{11} = -350,3$	
	3. grupa slojeva	$\sigma_{11} = -372,3$	
$\sigma_{22} = -5,78$	1. grupa slojeva	$\sigma_{22} = 42,3$	
	2. grupa slojeva	$\sigma_{22} = 42,7$	
	3. grupa slojeva	$\sigma_{22} = 45,3$	
$\sigma_{12} = 0,00$	1. grupa slojeva	$\sigma_{12} = 0,06$	
	2. grupa slojeva	$\sigma_{12} = 0,09$	
	3. grupa slojeva	$\sigma_{12} = 0,08$	

U Tablici 9 uspoređeni su rezultati dobiveni numeričkim modelom i rješenje analitičkog modela za kompozitni laminat sa rasporedom slojeva $[0_{21}]$. Prikazane su raspodjele naprezanja σ_{11} , σ_{22} i σ_{12} . Za naprezanje σ_{11} odstupanje rezultata je u prihvatljivim granicama. Na prikazu naprezanja može se primijetiti kako se u točkama na rubu provrta koje leže u vlačnoj ravnini, prikazanoj na Slici 5, javlja znatno vlačno naprezanje uslijed deformiranja provrta. Za naprezanje σ_{22} dolazi do velikih neslaganja u rezultatima. Analitičko rješenje predviđa malo tlačno naprezanje, dok u numeričkom modelu dolazi do vlačnog naprezanja u promatranom području. Budući da analitički model ne može uzeti u obzir takvo složeno ponašanje opterećenog spoja, dolazi do razlike u rezultatima. Naprezanje σ_{12} je za promatrani kut θ prema numeričkom modelu približno jednako 0, te se slaže sa analitičkim rješenjem.

b) Kompozitni laminat sa rasporedom slojeva $[45_{21}]$

Tablica 10. Usporedba analitičkog rješenja i numeričkih rezultata za laminat sa rasporedom slojeva $[45_{21}]$

Analitičko rješenje [MPa]	Numeričko rješenje za pojedinu grupu slojeva po debljini laminata 1 [MPa]		Prikaz naprezanja za laminat 1
$\sigma_{11} = -23,85$	1. grupa slojeva	$\sigma_{11} = -17,73$	
	2. grupa slojeva	$\sigma_{11} = -20,29$	
	3. grupa slojeva	$\sigma_{11} = -20,27$	
$\sigma_{22} = -81,76$	1. grupa slojeva	$\sigma_{22} = -15,65$	
	2. grupa slojeva	$\sigma_{22} = -16,53$	
	3. grupa slojeva	$\sigma_{22} = -15,81$	
$\sigma_{12} = 42,54$	1. grupa slojeva	$\sigma_{12} = 38,76$	
	2. grupa slojeva	$\sigma_{12} = 34,61$	
	3. grupa slojeva	$\sigma_{12} = 33,48$	

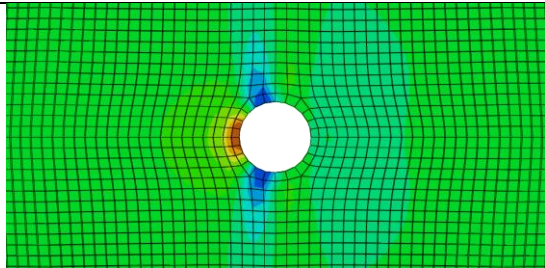
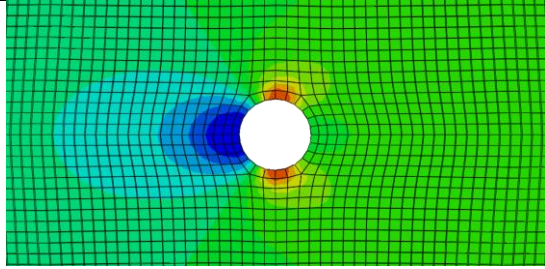
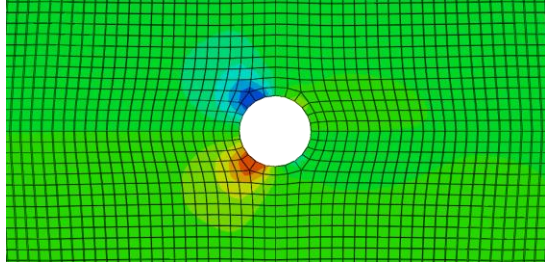
U Tablici 10 uspoređeni su rezultati dobiveni numeričkim modelom i rješenje analitičkog modela za kompozitni laminat sa rasporedom slojeva $[45_{21}]$. Maksimalno odstupanje za naprezanje σ_{11} iznosi 25%, za σ_{12} 22% dok su odstupanja za naprezanje σ_{22} puno veća, do 80%. Iz raspodjele naprezanja moguće je zaključiti kako se najveće vrijednosti naprezanja σ_{11} i σ_{22} razvijaju u području na rubu provrta koje analitički model za ležajno popuštanje ne može dobro opisati.

c) Kompozitni laminat sa rasporedom slojeva $[90_{21}]$

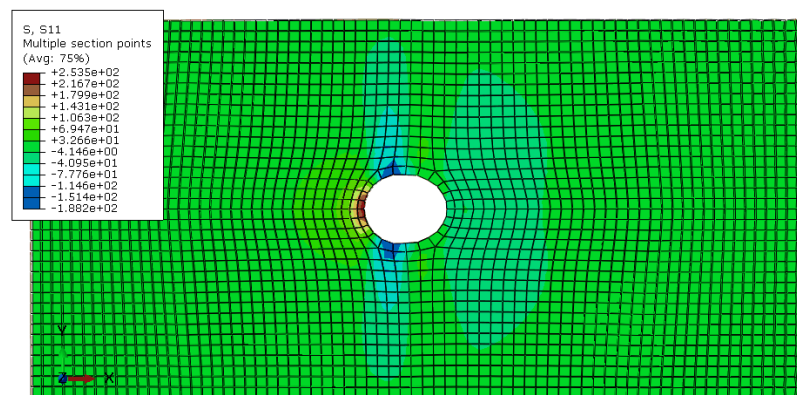
U Tablici 11 uspoređeni su rezultati analitičkog i numeričkog modela za kompozitni laminat sa rasporedom slojeva $[90_{21}]$. Za naprezanje σ_{11} , analitičko rješenje daje tlačno naprezanje, a u numeričkom modelu se javlja značajno vlačno naprezanje. Analitički model ne može opisati ponašanje kompozitnog laminata uzimajući u obzir orijentaciju vlakana i način na koji će ta vlakna preuzeti opterećenje, već razmatra ploču sa anizotropnim materijalnim svojstvima.

Upravo iz tog razloga dolazi do tolikog nesrazmjera između rezultata analitičkog i numeričkog modela za naprezanje σ_{11} .

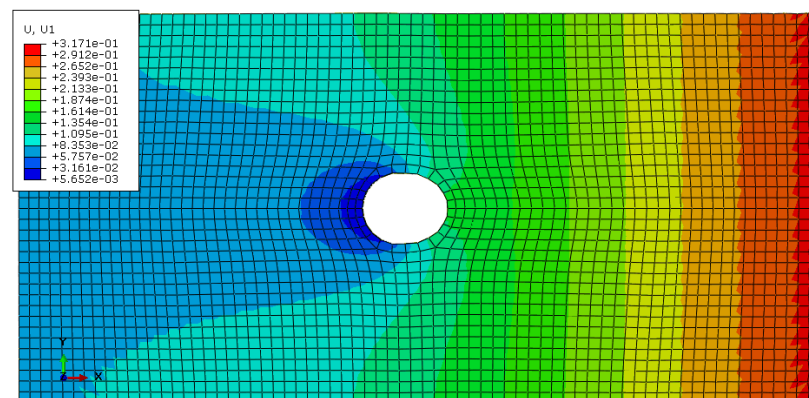
Tablica 11. Usporedba analitičkog rješenja i numeričkih rezultata za laminat sa rasporedom slojeva [90₂₁]

Analitičko rješenje [MPa]	Numeričko rješenje za pojedinu grupu slojeva po debljini laminata 1 [MPa]		Prikaz naprezanja za laminat 1
$\sigma_{11} = -71,64$	1. grupa slojeva	$\sigma_{11} = 274,20$	
	2. grupa slojeva	$\sigma_{11} = 253,50$	
	3. grupa slojeva	$\sigma_{11} = 255,09$	
$\sigma_{22} = -233,96$	1. grupa slojeva	$\sigma_{22} = -122,5$	
	2. grupa slojeva	$\sigma_{22} = -141,7$	
	3. grupa slojeva	$\sigma_{22} = -170,7$	
$\sigma_{12} = 0$	1. grupa slojeva	$\sigma_{12} = -0,07$	
	2. grupa slojeva	$\sigma_{12} = -0,03$	
	3. grupa slojeva	$\sigma_{12} = -0,03$	

Na prikazu raspodjele naprezanja σ_{11} može se primijetiti kako dolazi do vlačnog naprezanja u kontaktnom području zakovice i laminata. No, pregledom deformiranog oblika laminata i položaja zakovice u odnosu na laminat, može se primjetiti kako je došlo do deformiranja provrta. Na Slici 33 prikazan je deformirani oblik provrta s faktorom uvećanja 10. Uslijed djelovanja sile došlo je i do stvaranja zazora između zakovice i laminata. Na Slici 34 prikazani su pomaci u smjeru osi x uz faktor uvećanja 10. S obzirom da u ovom slučaju sila djeluje okomito na smjer pružanja vlakana, matrica nosi svo opterećenje, pa je ovakav rezultat logičan. Odstupanja u rezultatima za naprezanje σ_{22} se po debljini laminata mijenjaju od 27 % do 50%. Naprezanje σ_{12} je za promatrani kut θ približno jednako 0.



Slika 33. Deformirani oblik provrta uz faktor uvećanja 10 za laminat 1



Slika 34. Pomaci u smjeru osi x u laminatu 1 uz faktor uvećanja 10

6. Popuštanje mehaničkog spoja kompozitnih laminata

U ovom poglavlju uspoređene su analitičke i numeričke vrijednosti naprezanja σ_{11} , σ_{22} i σ_{12} te vrijednosti kriterija popuštanja ovisno o grupi slojeva. Nakon ispitivanja kompozitnih laminata sa slojevima iste orijentacije, potrebno je izvršiti analizu kompozitnog laminata sa slojevima različite orijentacije vlakana. U tu svrhu korišten je polimer ojačan ugljičnim vlaknima, čija su materijalna svojstva navedena u Tablici 12, sljedećeg rasporeda slojeva $[0_5/45_3/90/0_5/90/-45_3/0_5]$ prema [24].

Tablica 12. Materijalna svojstva polimera ojačanog ugljičnim vlaknima [24]

Materijalno svojstvo	Vrijednost
E_1	112 GPa
E_2	6,3 GPa
G_{12}	17,9 GPa
ν_{12}	0,29
ν_{21}	0,0163
X_T	1000 MPa
X_C	1150 MPa
Y_T	25 MPa
Y_C	27 MPa
S	73 MPa
R_t	1,092 mm
R_c	3,48 mm

Za ispitivanje korišten je kompozitni laminat sljedeće geometrije: $L = 90$ mm, $D = 6$ mm, $w = 36$ mm, $e = 36$ mm, $t = 23 \cdot 0,11$ mm = 2,53 mm (Slika 27). Kako bi se ostvario uvjet krute zakovice, pri definiranju materijala zakovice korištene su vrijednosti materijalnih svojstava navedene u Tablici 13.

Tablica 13. Materijalna svojstva zakovice

Materijalno svojstvo	Vrijednost
E	215 GPa
ν	0,33

U numeričkoj analizi korišten je model sa sedam konačnih elemenata po debljini kompozitne ploče (po jedan element za svaku grupu slojeva iste orijentacije). Na numeričkom modelu zadani su dodatni rubni uvjeti kako bi se eliminirala moguća odstupanja rezultata uslijed savijanja kompozitnih ploča. Pri diskretizaciji numeričkog modela korištena je finija mreža od mreže korištene za diskretizaciju laminata sa slojevima iste orijentacije vlakana. U Tablici 14 prikazani su podaci o mreži konačnih elemenata kojom je diskretiziran numerički model korišten za analizu mehaničkog spoja kompozitnih laminata.

Tablica 14. Podaci o finijoj mreži konačnih elemenata numeričkog modela

Ukupan broj čvorova	289126
Ukupan broj elemenata	828381
Broj kontinuiranih ljuskastih elemenata	140840
Broj tetraedarskih elemenata	687141
Broj konvencionalnih ljuskastih elemenata	400

6.1. Određivanje materijalnih svojstava kompozitnog laminata

Budući da se kompozitni laminat sastoji od slojeva različitih orijentacija, u analitičkom modelu su izračunata naprezanja za anizotropnu ploču uzimajući u obzir svojstva svakog od slojeva u omjerima prema odgovarajućem volumnom udjelu u samom laminatu [25]. U analitičkom modelu koriste se članovi matrice podatljivosti \mathbf{S} za cijeli kompozit, pa je potrebno prvo izračunati karakteristične veličine cijelog kompozita u globalnom koordinatnom sustavu x - y . Pomoću materijalnih konstanti mogu se odrediti članovi reducirane matrice elastičnosti \mathbf{Q}

$$\begin{aligned}
 Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \\
 Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \\
 Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \\
 Q_{66} &= G_{12}.
 \end{aligned} \tag{53}$$

Za svaki sloj koji je zakrenut za kut β u odnosu na koordinatni sustav glavnih materijalnih osi, definiran za sloj pod 0° , potrebno je provesti transformaciju u globalni koordinatni sustav. Matrica elastičnosti u globalnom koordinatnom sustavu može se izračunati prema sljedećem izrazu

$$\bar{\mathbf{Q}} = \mathbf{T}_\sigma^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{T}_\epsilon. \tag{54}$$

Matrice transformacije jednake su

$$\mathbf{T}_\sigma = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2cs \\ s^2 & c^2 & -2cs \\ -cs & cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix}, \tag{55}$$

$$\mathbf{T}_\epsilon = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix},$$

uz $c = \cos \beta$, $s = \sin \beta$.

Nakon što su izračunate matrice elastičnosti u globalnom koordinatnom sustavu za pojedini sloj ovisno o kutu β , potrebno je izračunati matricu elastičnosti u globalnom koordinatnom sustavu za cijeli kompozit. Matrica $\bar{\mathbf{Q}}_{45}$ je reducirana matrica elastičnosti u globalnom koordinatnom sustavu za kompozitni sloj koji je zakrenut za kut $\beta = 45^\circ$. Matrica $\bar{\mathbf{Q}}_{-45}$ je reducirana matrica elastičnosti u globalnom koordinatnom sustavu za sloj koji je zakrenut za kut $\beta = -45^\circ$. Matrica $\bar{\mathbf{Q}}_0$ je reducirana matrica elastičnosti u globalnom koordinatnom sustavu za kompozitni sloj koji je usmjeren u pravcu glavnih koordinatnih osi. Matrica $\bar{\mathbf{Q}}_{90}$ je reducirana matrica elastičnosti u globalnom koordinatnom sustavu za kompozitni sloj koji je zakrenut za kut $\beta = 90^\circ$. Za računanje reducirane matrice elastičnosti za cijeli kompozit korišten je sljedeći izraz koji uzima volumne udjele pojedinih slojeva prema njihovoj orijentaciji, odnosno kutu β .

$$\bar{\mathbf{Q}}_g = \frac{1}{23} \times (3 \times \bar{\mathbf{Q}}_{45} + 3 \times \bar{\mathbf{Q}}_{-45} + 15 \times \bar{\mathbf{Q}}_0 + 2 \times \bar{\mathbf{Q}}_{90}) \quad (56)$$

Budući da se u analitičkom modelu koriste članovi matrice podatljivosti \mathbf{S} za cijeli kompozit potrebno je invertirati reduciranu matricu elastičnosti za cijeli kompozit u globalnom koordinatnom sustavu.

$$\mathbf{S} = \bar{\mathbf{Q}}_g^{-1} \quad (57)$$

6.2. Usporedba naprezanja izračunatih prema analitičkom i numeričkom modelu

U prvoj analizi primijenjena je vlačna sila iznosa $F = 5000$ N. Kako bi se naprezanja izračunata analitičkim modelom mogla uspoređivati sa numeričkim modelom, provedena je transformacija naprezanja iz globalnog koordinatnog sustava u lokalni koordinatni sustav za pojedinu grupu slojeva. Usporedba rezultata za pojedinu grupu slojeva u kompozitnom laminatu prikazana je u Tablicama 15 - 18. U prvom stupcu navedena je orijentacija vlakana u promatranoj grupi slojeva, drugi stupac sadržava analitičko rješenje naprezanja, dok treći stupac sadržava numeričke rezultate naprezanja za pojedinu grupu slojeva u kompozitnom laminatu.

Tablica 15. Usporedba naprezanja za grupu slojeva orijentacije vlakana pod 0°

Orijentacija vlakana u sloju	Analitičko rješenje za naprezanje [MPa]	Numerički rezultati za naprezanje za pojedinu grupu slojeva iste orijentacije u kompozitnom laminatu 1 [MPa]			
0°	$\sigma_{11} = -377,6$	$\sigma_{11} = -361,9$	$\sigma_{11} = -341,07$	$\sigma_{11} = -366,6$	
	$\sigma_{22} = -11,32$	$\sigma_{22} = 11,22$	$\sigma_{22} = 11,09$	$\sigma_{22} = 12,51$	
	$\sigma_{12} \approx 0$	$\sigma_{12} = -1,87$	$\sigma_{12} = -0,20$	$\sigma_{12} = 3,14$	

Tablica 16. Usporedba naprezanja za grupu slojeva orijentacije vlakana pod 90°

Orijentacija vlakana u sloju	Analitičko rješenje za naprezanje [MPa]	Numerički rezultati za naprezanje za pojedinu grupu slojeva iste orijentacije u kompozitnom laminatu 1 [MPa]	
90°	$\sigma_{11} = -11,32$	$\sigma_{11} = 284,30$	$\sigma_{11} = 308,53$
	$\sigma_{22} = -377,6$	$\sigma_{22} = -21,69$	$\sigma_{22} = -23,70$
	$\sigma_{12} = 0$	$\sigma_{12} = 0,03$	$\sigma_{12} = -0,03$

Tablica 17. Usporedba naprezanja za grupu slojeva orijentacije vlakana pod 45°

Orijentacija vlakana u sloju	Analitičko rješenje za naprezanje [MPa]	Numerički rezultati za naprezanje za pojedinu grupu slojeva iste orijentacije u kompozitnom laminatu 1 [MPa]
45°	$\sigma_{11} = -194,48$	$\sigma_{11} = -52,71$
	$\sigma_{22} = -194,48$	$\sigma_{22} = -2,33$
	$\sigma_{12} = 183,16$	$\sigma_{12} = 121,25$

Tablica 18. Usporedba naprezanja za grupu slojeva orijentacije vlakana pod -45°

Orijentacija vlakana u sloju	Analitičko rješenje za naprezanje [MPa]	Numerički rezultati za naprezanje za pojedinu grupu slojeva iste orijentacije u kompozitnom laminatu 1 [MPa]
-45°	$\sigma_{11} = -194,48$	$\sigma_{11} = -53,96$
	$\sigma_{22} = -194,48$	$\sigma_{22} = -2,33$
	$\sigma_{12} = -183,16$	$\sigma_{12} = -132,05$

Vrijednosti naprezanja izračunatih za grupu slojeva sa orijentacijom vlakana pod 0° su usporedive sa numeričkim rezultatima, no za ostale grupe slojeva odstupanja u rezultatima su značajna, neovisno o orijentaciji vlakana u sloju. Do tolikih razlika dolazi jer analitički model uzima u obzir samo materijalna svojstva kompozitnog laminata, vlačnu silu, debljinu kompozitnog laminata i promjer provrta. Svaka grupa slojeva će se uslijed opterećenja različito ponašati ovisno o orijentaciji vlakana, a analitički model takvo složeno ponašanje ne može opisati. Kao što je prikazano u prethodnom poglavlju, prisutne su velike razlike za naprezanje σ_{22} za svaki od razmatranih slučajeva. Ako se pri transformaciji naprezanja iz globalnog u lokalni koordinatni sustav uračunava ta vrijednost naprezanja σ_{22} , u vrijednosti naprezanja u lokalnom koordinatnom sustavu uvodi se greška koja rezultira velikim odstupanjima.

6.3. Usporedba kriterija popuštanja

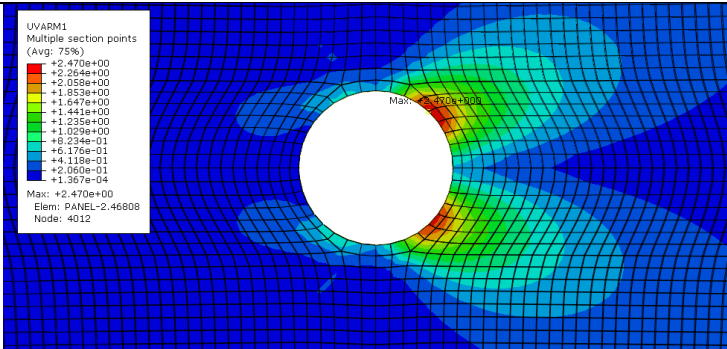
Nakon analize napreznja provedena je analiza popuštanja kompozitnog laminata kako bi se odredilo pri kojoj vrijednosti vlačne sile će doći do popuštanja prvog sloja u laminatu. U poglavlju 2. su uvedeni Yamada-Sun i Hashin kriteriji popuštanja koji će se koristiti za određivanje popuštanja kompozitnih ploča u ovom radu. Tablica 19 prikazuje izračunate indekse popuštanja prema Yamada-Sun kriteriju popuštanja. Za slojeve sa orijentacijom vlakana pod 45° i -45° vrijednosti indeksa popuštanja su jednake.

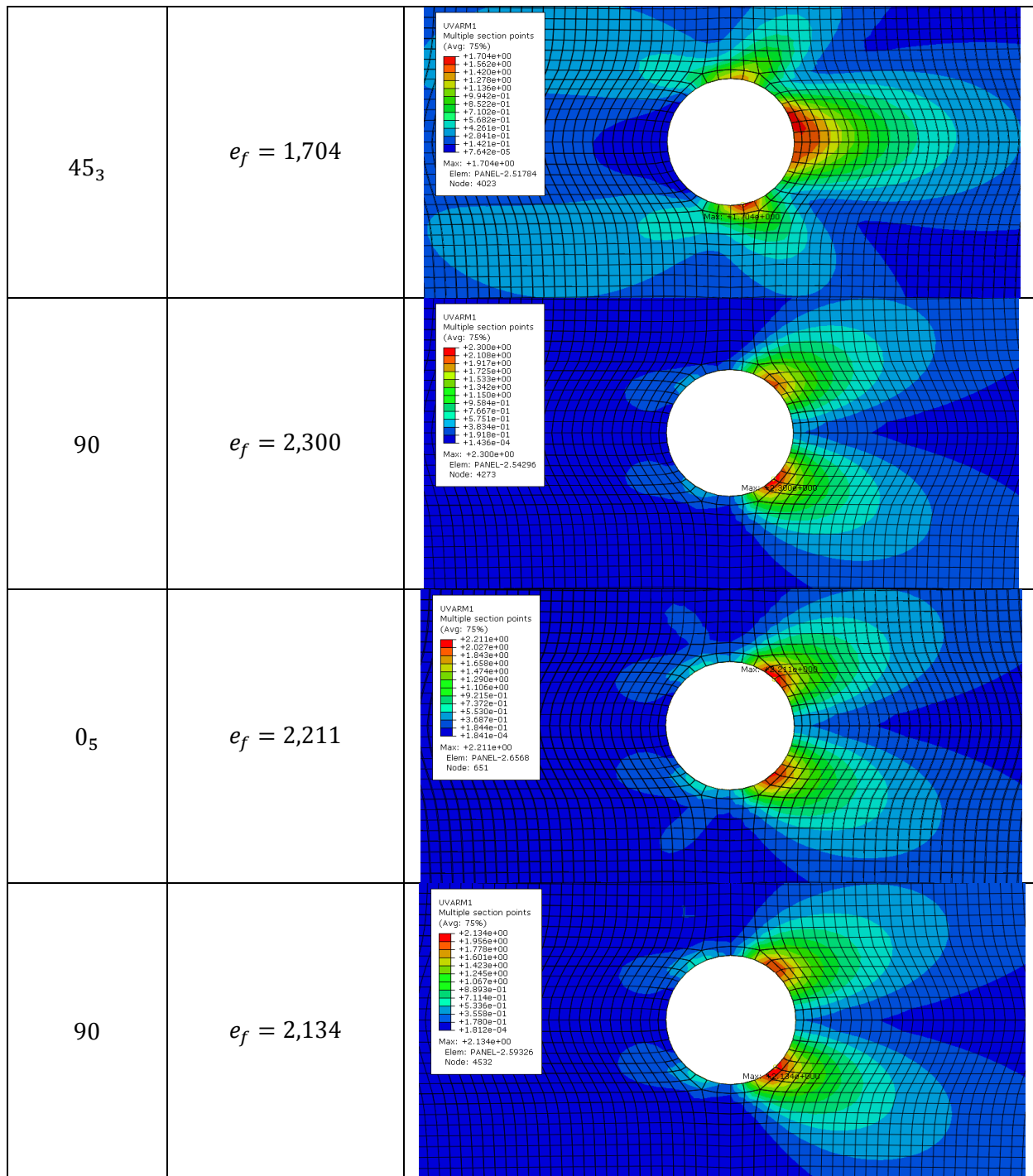
Tablica 19. Yamada-Sun indeksi popuštanja prema analitičkom modelu

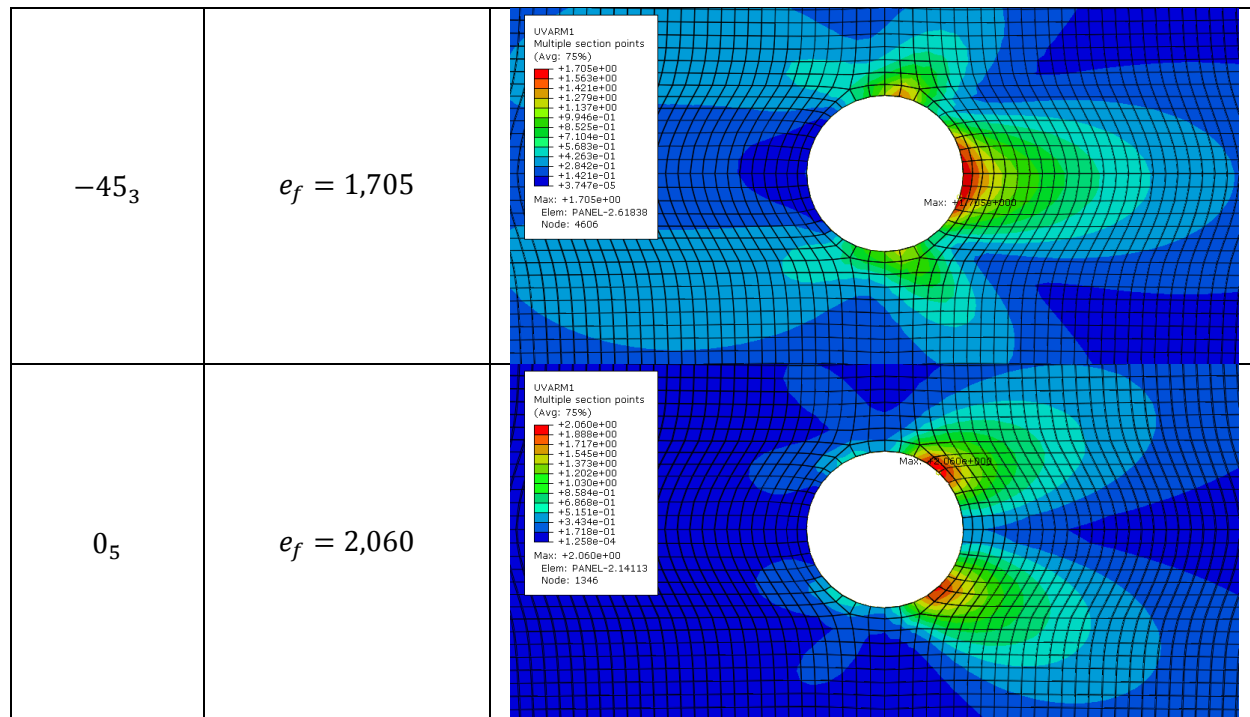
Orijentacija vlakana u sloju	Vrijednost Yamada-Sun kriterija popuštanja prema analitičkom modelu za $\theta = 0$	Vrijednost Yamada-Sun kriterija popuštanja prema numeričkom modelu za $\theta = 0$	Odstupanje [%]
0°	$e_f = 0,1529$	$e_f = 0,3783$	59,58
45°	$e_f = 1,019$	$e_f = 1,4159$	28,03
90°	$e_f = 0,0045$	$e_f = 0,3574$	98,74

Prema analitičkom rješenju za Yamada-Sun kriterij popuštanja za kut $\theta = 0$, prikazanom u Tablici 19, može se zaključiti kako će se ležajno popuštanje pojaviti u slojevima sa orijentacijom vlakana pod 45° . Pri računanju Yamada-Sun kriterija popuštanja koriste se vrijednosti napreznja σ_{11} i σ_{12} . Budući da se za grupe slojeva 0_5 i 45_3 vrijednosti tih napreznja dobro poklapaju, analitičko rješenje za Yamada-Sun kriterij popuštanja se može koristiti kao gruba vrijednost pri određivanju popuštanja kompozitnog laminata. Prema Yamada-Sun kriteriju popuštanja, pri vlačnoj sili od 5000 N dolazi do popuštanja cijelog laminata uslijed popuštanja svih slojeva (vrijedi da je $e_f > 1$ za svaki sloj). U Tablici 20 prikazan je najveći indeks Yamada-Sun kriterija popuštanja za svaku grupu slojeva.

Tablica 20. Najveće vrijednosti indeksa popuštanja po grupama slojeva u laminatu 2

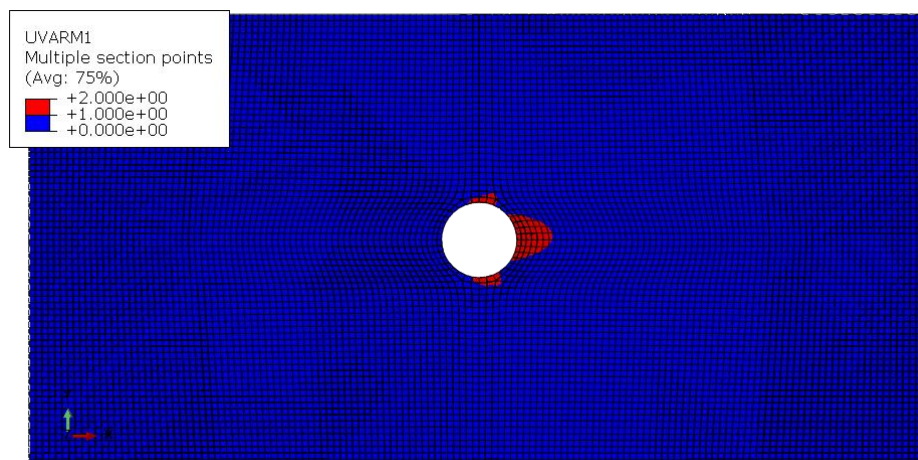
Grupa slojeva	Vrijednost najvećeg indeksa popuštanja e_f	Prikaz Yamada-Sun kriterija za laminat 2
0_5	$e_f = 2,470$	





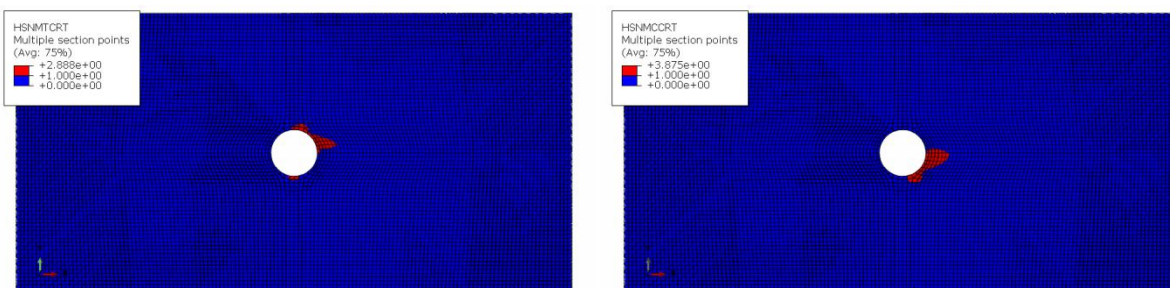
Prema numeričkim rezultatima Yamada-Sun kriterija popuštanja za određenu grupu slojeva, može se zaključiti kako se najveći indeks popuštanja javlja upravo u slojevima u kojima su vlakna orijentirana u smjeru djelovanja sile, te ti slojevi preuzimaju najveće opterećenje. U slojevima u kojima su vlakna orijentirana pod 45° i -45° , indeks popuštanja je najmanji. Do najveće vrijednosti indeksa popuštanja dolazi u grupi slojeva orijentacije vlakana pod 0° . Za tu grupu slojeva najveći iznos indeksa popuštanja je $e_f = 2,470$.

Prikaz ležajnog popuštanja za grupu slojeva orijentacije vlakana pod 45° uslijed popuštanja matrice prikazan je na Slici 35. Može se primijetiti kako je grupa slojeva 45_3 popustila u području uz rub provrta upravo u rasponu kuta θ od $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$.



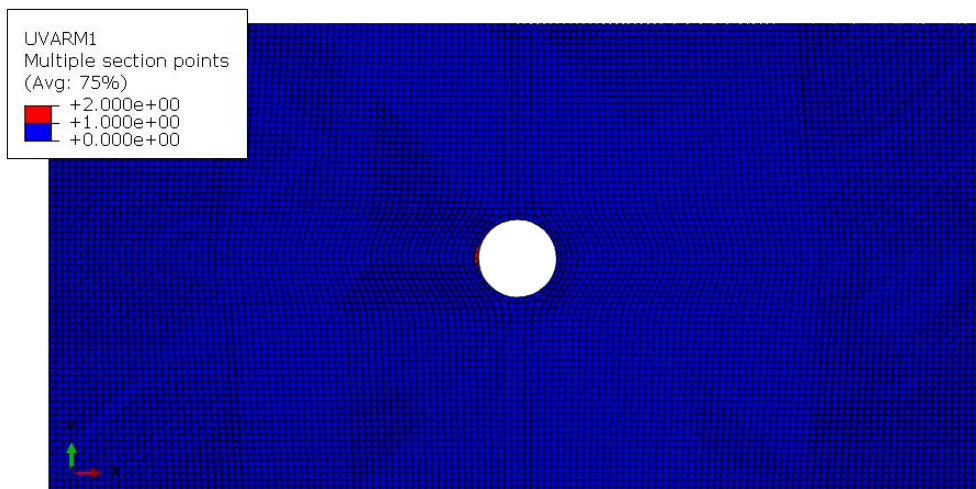
Slika 35. Prikaz ležajnog popuštanja u laminatu 2

Zanimljivo je kako u tom području dolazi do vlačnog i tlačnog popuštavanja matrice prema Hashin kriteriju popuštavanja, kao što prikazuje Slika 36. Na lijevom prikazu dolazi vlačnog popuštavanja matrice, a na desnom se javlja tlačno popuštavanje matrice.



Slika 36. Ležajno popuštavanje uslijed popuštavanja matrice u laminatu 2

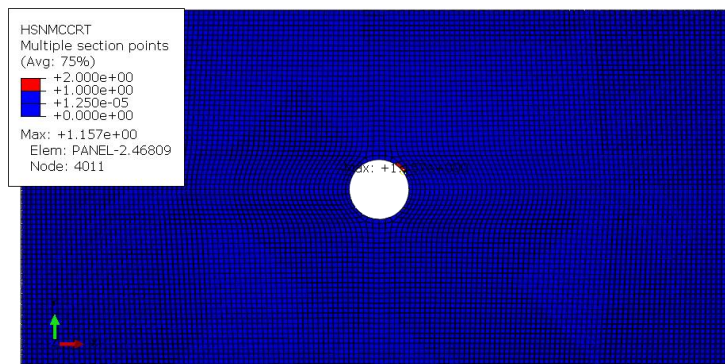
Korištenjem kriterija popuštavanja može se odrediti pri kojoj vrijednosti vlačne sile će doći do ležajnog popuštavanja prvog sloja. Potrebno je početnu silu umanjiti za vrijednost indeksa popuštavanja za slojeve sa orijentacijom vlakana pod 45° , odnosno za 1,704. U sljedećoj analizi primijenjena je vlačna sila iznosa $F = 2935$ N. Pri toj sili javlja se ležajno popuštavanje kod oba laminata. U grupi slojeva sa orijentacijom vlakana pod -45° , Yamada-Sun indeks popuštavanja za laminat 1 iznosi $e_f = 1,075$, dok za laminat 2 iznosi $e_f = 1,005$. Analitičko rješenje za Yamada-Sun indeks popuštavanja za tu vrijednost vlačne sile iznosi $e_f = 1,477$. Na Slici 37 prikazan je početak ležajnog popuštavanja u grupi slojeva -45_3 u laminatu 1.



Slika 37. Pojava ležajnog popuštavanja za laminat 1

Iako je za vrijednost vlačne sile $F = 2935$ N ležajno popuštavanje tek nastupilo, kod grupa slojeva sa različitim orijentacijama vlakana, već je došlo do popuštavanja. Može se zaključiti kako se

ležajno popuštanje javlja primarno u slojevima sa orijentacijom vlakana pod 45° i -45° . Ako definiramo da dolazi do popuštanja kompozitnog laminata pri popuštanju prve grupe slojeva, silu od 2025 N smatramo kritičnom silom. Pri toj vlačnoj sili javlja se tlačno popuštanje matrice prema Hashin kriteriju u sloju sa orijentacijom vlakana pod 0° u laminatu 2 (Slika 38).



Slika 38. Pojava prvog popuštanja u laminatu 2

No, upitno je treba li definirati da dolazi do popuštanja cijelog laminata čim dođe do popuštanja jedne grupe slojeva. U tom slučaju, pri dimenzioniranju kompozitnih konstrukcija uz takav kriterij, dolazi do predimenzioniranih konstrukcija. Ako definiramo da mehanički spoj kompozitnih ploča popušta kada popuste svi slojevi, imamo nedovoljno čvrstu i nesigurnu konstrukciju.

7. Zaključak

U ovom radu se razmatra mehanički spoj kompozitnih zrakoplovnih konstrukcija. Kako bi se proučilo ponašanje mehaničkog spoja pod djelovanjem vlačnog opterećenja korištena je analitička i numerička analiza.

U dostupnoj literaturi postoji nekoliko autora koji analitički opisuju takav problem. Izabran je model vlačno opterećene anizotropne ploče beskonačnih dimenzija opterećene zatikom. Problem kod analitičkog modela je što za ulazne podatke uzima samo svojstva materijala, geometriju provrta te smjer djelovanja i iznos sile. Također, analitički model idealizira uvjete u kontaktnom području zakovice i kompozitne ploče. Budući da analitički model ne može opisati smjer vlakana po slojevima, dolazi do velikih nesrazmjera kada se koristi kompozitni laminat sa puno različito usmjerenih slojeva.

Numerička analiza uključuje model dvije kompozitne ploče spojene zakovicom pod djelovanjem koncentrirane vlačne sile. Pri modeliranju spoja korištena je Python skripta pa je zadavanje geometrije i materijalnih svojstava kompozitnih ploča pojednostavljeno. Nakon prve numeričke analize mehaničkog spoja kompozitnih ploča sa jednostavnim rasporedom slojeva, provedena je usporedba numeričkih rezultata sa analitičkim rješenjem. Uslijed savijanja ploča došlo je do velikih razlika između numeričkih vrijednosti naprezanja po debljini kompozitne ploče i analitičkog rješenja. U numerički model su u daljnjim analizama uvedeni dodatni rubni uvjeti kako bi se spriječilo savijanje pri djelovanju opterećenja na spoj.

Pri usporedbi vrijednosti naprezanja dobivenih numeričkom analizom i analitičkim modelom, može se zaključiti kako se rezultati za normalna naprezanja u smjeru pružanja vlakana σ_{11} i smična naprezanja σ_{12} dobro slažu, dok se vrijednosti za normalna naprezanja u smjeru okomitom na pravac pružanja vlakana σ_{22} znatno razlikuju. U kompozitnoj ploči, svaki se sloj pri opterećenju ponaša na drugi način, no to analitički model ne može opisati. Također, analitički model ne može predvidjeti kako će opterećenje zakovicom djelovati na provrt u kojem sloju. Kod kompozitnih slojeva, vlakna preuzimaju opterećenje, no analitički model razmatra tlačno naprezanje u svim slojevima u području djelovanja tlačnog opterećenja zakovicom. Prikazom raspodjele naprezanja dobivene numeričkom analizom, može se točno zaključiti kako se koji sloj ponaša pri djelovanju opterećenja.

Kod vlačno opterećenih mehaničkih spojeva kompozitnih zrakoplovnih konstrukcija dolazi do specifičnih načina popuštanja. U ovom radu promatra se ležajno popuštanje. Provedena je usporedba dva različita kriterija popuštanja: Yamada-Sun i Hashin. Kod Yamada-Sun kriterija popuštanje nastupa kada je indeks popuštanja veći od 1, dok Hashin definira različite načine popuštanja vlakana i matrice. Korištenjem kriterija popuštanja može se odrediti kritična sila pri kojoj dolazi do popuštanja prvog sloja. Potrebno je definirati kada se smatra da je cijeli spoj popustio, kada popuste svi slojevi u kompozitnoj ploči ili kada popusti prvi sloj. Taj kriterij bi trebao biti definiran prilikom konstruiranja spoja.

Pri procjeni analitičkog modela i numeričke analize, treba napomenuti da numerička analiza može realno simulirati ponašanje mehaničkog spoja, dok analitički model daje okvirno rješenje uz idealizirane uvjete. Za ovako složeni problem u kojem se određuje naprezanje i čvrstoća

mehaničkog spoja kompozitnih konstrukcija bilo bi bolje uspoređivati numeričke rezultate sa eksperimentalnim rezultatima. Po mom mišljenju, analitički modeli ne mogu uračunati sve faktore, pogotovo u kontaktnom području zakovice i kompozitnih ploča te ne mogu dobro opisati ponašanje vlačno opterećenih mehaničkih spojeva kompozitnih konstrukcija.

8. Literatura

- [1] Baker, A., Dutton, S., Kelly, D., Composite Materials for Aircraft Structures, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., Reston, Virginia, 2004.
- [2] Gibson, R.F., Thoppul, S.D., Experimental and Numerical Characterization of Relaxation in Bolted Composite Joints, Composite Materials and Joining Technologies for Composites, 2013, Volume 7, 39-49
- [3] Chang, F.-K., Qing, X.L., Strength Determination of Mechanical Fastened Joints, Recent Advances in Structural Joints and Repairs for Composite Materials, 2003., 101-136
- [4] Gay, D., Hoa, S.V., Tsai, S.W., Composite Materials – Design and Applications, CRC Press LLC, Florida USA, 2003.
- [5] Eriksson, L.I., Contact Stresses in Bolted Joints of Composite Laminates, Composite Structures, 1986, 6, 57-75
- [6] Ko, H.Y., Kwak, B.M., Contact analysis of mechanically fastened joints in composite laminates by linear complementarity problem formulation, Composite Structures, 1998, Volume 40, 187-200
- [7] Ireman, T., Design of Composite Structures Containing Bolt Holes and Open Holes, Report No. 99-03, Royal Institute of Technology, Department of Aeronautics, Sweden, 1999.
- [8] Nassar, S.A., Yang, X., Fastening and Joining of Composite Materials, Composite Materials and Joining Technologies for Composites, 2012, Volume 7, 5-23
- [9] Ireman, T., Three-dimensional stress analysis of bolted single-lap composite joints, Composite Structures, 1998, 43, 195-216
- [10] Matthews, F.L., Camanho, P.P., Stresses in Mechanical Fastened Joints, Recent Advances in Structural Joints and Repairs for Composite Materials, 2003., 67-100
- [11] Tserpes, K.I., Papanikos, P., Kermanidis, T., A three-dimensional progressive damage model for bolted joints in composite laminates subjected to tensile loading, Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 2001, 24, 663-675
- [12] Najafi, A., Garg, M., Abdi, F., Failure Analysis of Composite Bolted Joints in Tension, 50th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, 2009, 17, 1-8

- [13] Zhang, J.M., Design and analysis of mechanically fastened composite joints and repairs, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2001, 25, 431-441
- [14] Lie, S.T., Yu, G., Zhao, Z., Analysis of mechanically fastened composite joints by boundary element methods, *Composites:Part B Engineering*, 2000, 31, 693-705
- [15] Sen, F., Pakdil, M., Sayman, O., Benli, S., Experimental failure analysis of mechanically fastened joints with clearance in composite laminates under preload, *Materials and Design*, 2008, 29, 1159-1169
- [16] Xiao, Y., Ishikawa, T., Bearing strength and failure behavior of bolted composite joints (part I: Experimental investigation), *Composites Science and Technology*, 2005, 65, 1022-1031
- [17] Camanho, P.P., Lambert, M., A design methodology for mechanically fastened joints in laminated composite materials, *Composites Science and Technology*, 2006, 66, 3004-3020
- [18] Xiao, Y., Ishikawa, T., Bearing strength and failure behavior of bolted composite joints (part II: Modeling and simulation), *Composites Science and Technology*, 2005, 65, 1032-1043
- [19] Derdas, C., Kostopoulos, V., On the Bearing Failure of Laminated Composite Pin-loaded Joints: Exploitation of Semi-Analytical Solutions for the Determination of the Stress State, *Strain-An International Journal for Experimental Mechanics*, 2011, 47, 320-332
- [20] Zhang, K., Ueng, C.E.S., Stresses Around a Pin-loaded Hole in Orthotropic Plates with Arbitrary Loading Direction, *Composite Structures*, 1985, 3, 119-143
- [21] Lekhnitskii, S.G., *Anisotropic Plates*, Gordon and Breach, Science Publishers, Inc., New York, 1984.
- [22] Whitworth, H.A., Aluko, O., Tomlinson, N.A., Application of the point stress criterion to the failure of composite pinned joints, *Engineering Fracture Mechanics*, 2008, 75, 1829-1839
- [23] Egan, B., McCarthy, C.T., McCarthy, M.A., Frizzell, R.M., Stress analysis of single-bolt, single-lap, countersunk composite joints with variable bolt-hole clearance, *Composite Structures*, 2012, 94, 1038-1051
- [24] Smojver, I., Ivančević, D., Determination of bearing strength of bolted joints in fiber reinforced composite, *Research report*, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, University of Zagreb, 2013.

[25] Kollár, L.P., Springer, G.S., Mechanics of Composite Structures, Cambridge University Press, New York, 2003.